



Early European Books, Copyright © 2012 ProQuest LLC.  
Image reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.  
1385/D











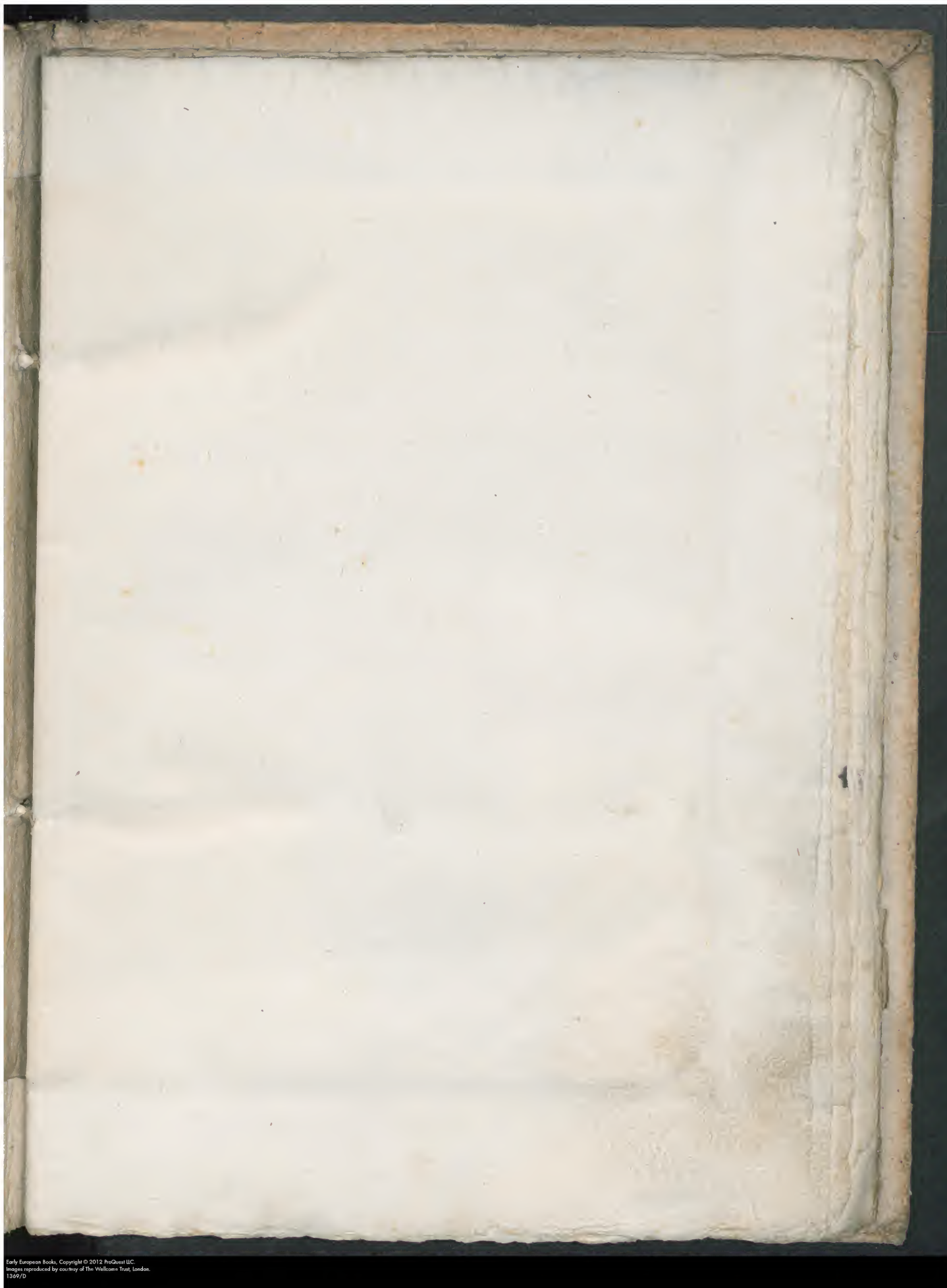
Early European Books. Copyright © 2012 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.  
1369/D



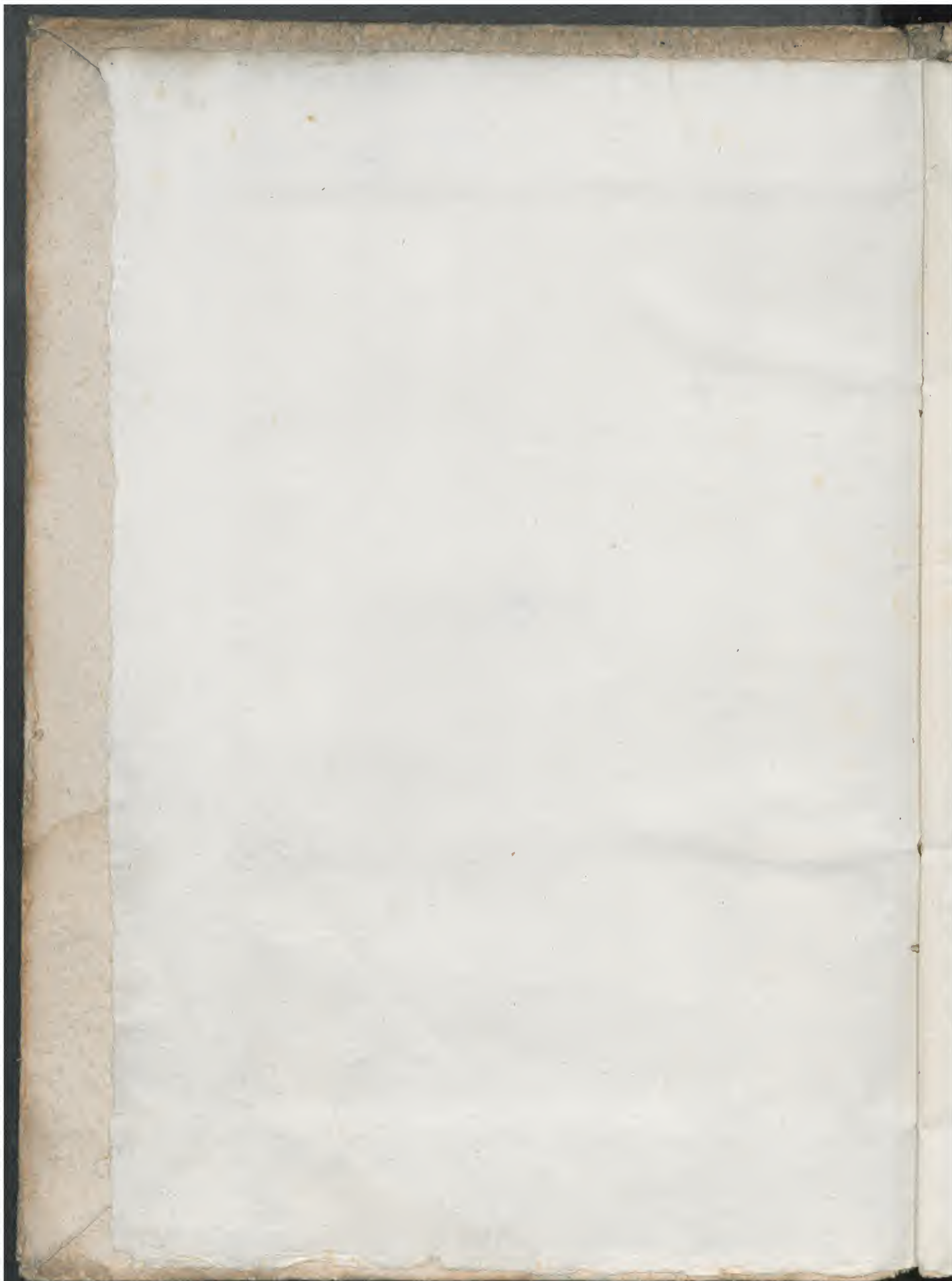
Early European Books, Copyright © 2012 ProQuest LLC.  
All rights reserved by courtesy of The Wellcome Trust, London.  
134570

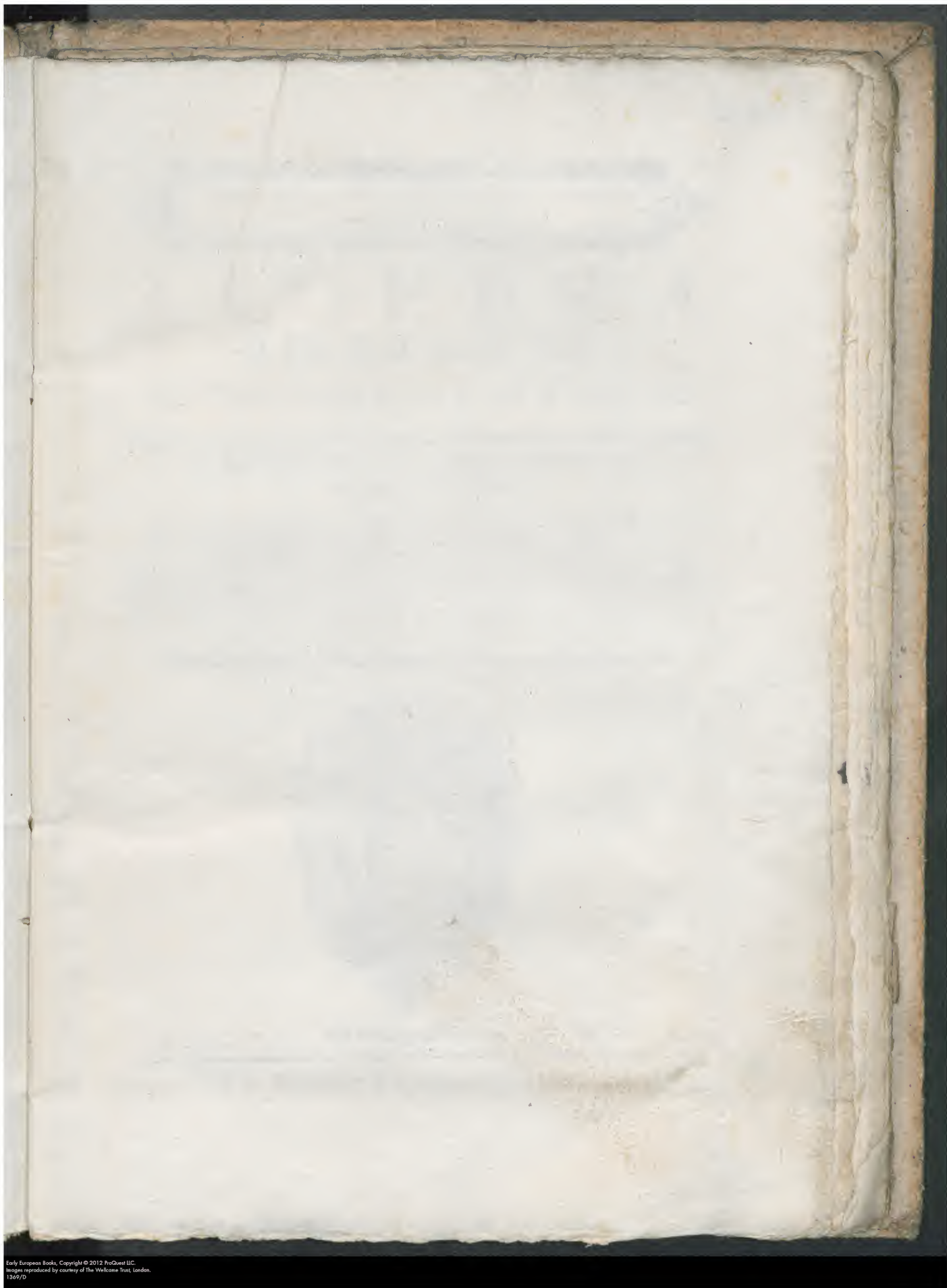


1368 / 1369 N III. i 17

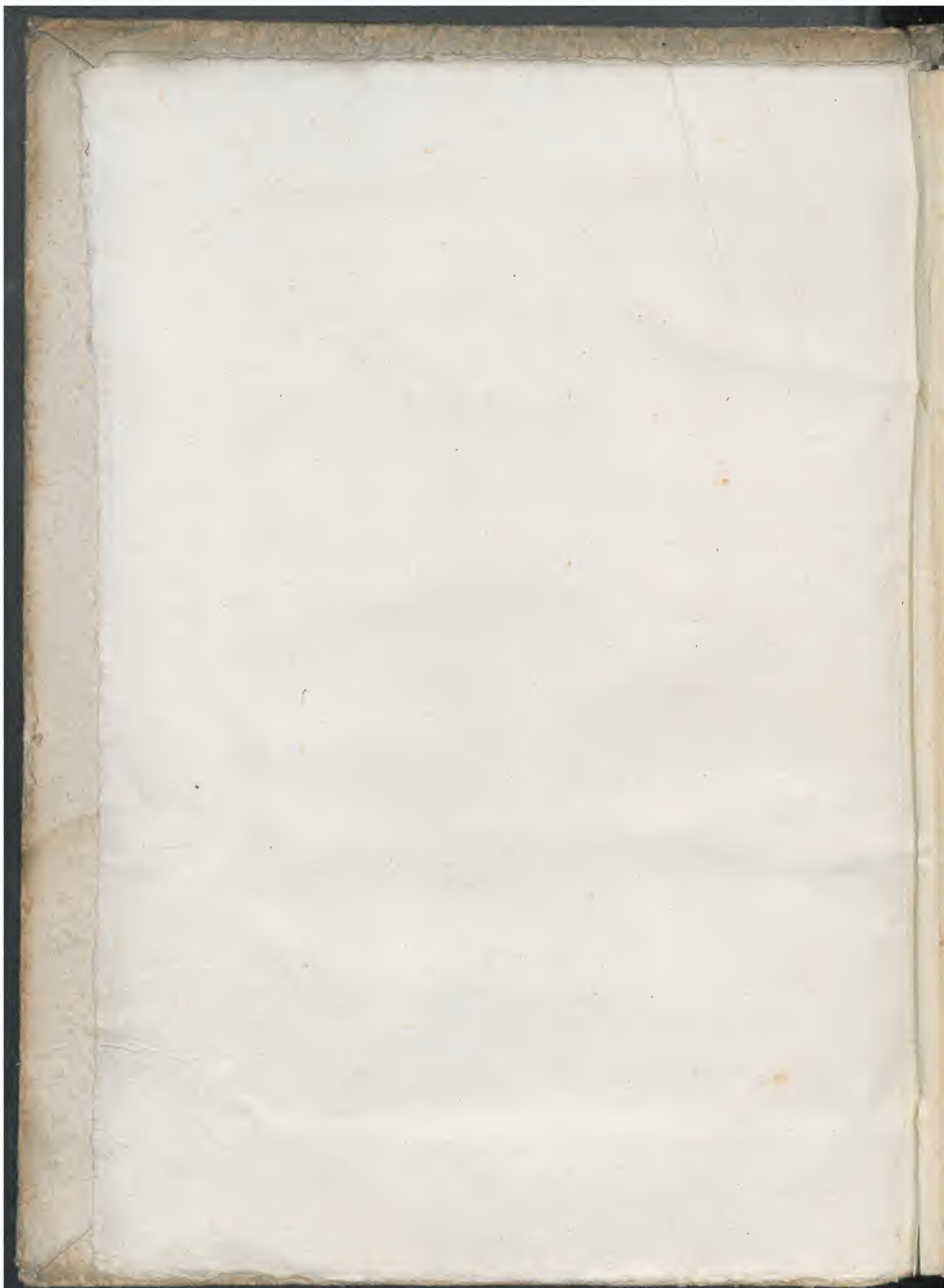












72832 u)

Domine Dominus noster, quam admirabile est nomen tuum  
in vniuersa terra.

# ALGEBRA DISCORSIVA

NUMERALE, ET LINEALE,

Doue discorrendo con il giudicio naturale si inuentano le Regole alle Equatio-  
ni Algebratiche, & il modo da esquire le operationi loro  
in numeri, & in linee.

DI PIETRO ANTONIO CATALDI  
*Lettore delle scienze Mathematiche nello Studio di Bologna.*

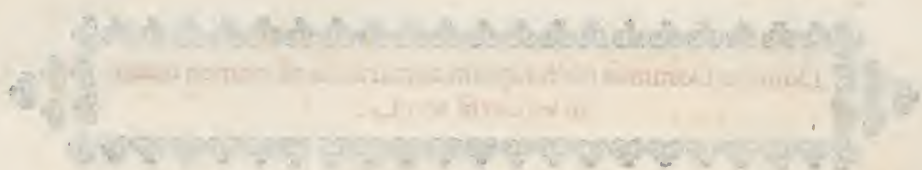
DEO AETERNO OMNIPOTENTI  
DICATA.

*Adiuua me Domine Deus meus, saluum me fac propter misericordiam tuam.*



IN BOLOGNA, Per Sebastiano Bonomi. M. DC. XVIII.  
CON LICENZA DE' SUPERIORI.





ALGEBRA  
DISCURSIVA

NUMERALE ET LINEALE  
Hanc doctrinam, quae est scientia numerorum et linearum, in duas partes dividimus: in arithmetica, quae est scientia numerorum, et in algebra, quae est scientia linearum.

DE ALGEBRA  
DICTATA

Admodum Reverendissimi Patris

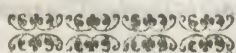


IN EDITIONE, Per Sebastianum Barentium, M. DC. XVII.  
CON LICENTIA DE SUPERIORIBUS.





# ALLI LETTORI.



**L** desiderio, che hò di ridurre frà l'altre parti delle scienze Mathematiche, ancora la regola della Cosa commune: ente detta Algebra, à quei principij, & dottrina naturale, che à bene intenderla da tutti (ancorche non essercitati nelle dimostrazioni Geometriche) le si conuiene; mi hà fatto ponere il pensiero à comporre questo trattato, non ostante le molte molestie, che mi tengono oppresso, quali potranno hauer causato, che egli, quale ricercaua molta tranquillità, e salda attentione, non sarà così intieramente ordinato come si doueria: nondimeno il diligente lettore essendo prima introdotto nelli Elementi delli numeri, ò quantita' irrationali, & dignità Algebratiche, senza dubio ne ritrarrà quella intelligenza, & giouamento, che si desidera, facendosi atto a facilmente seguire a parti più interne della scienza: fauorédone Iddio datore di tutti i beni: al quäle sia sempre ogni honore, & gloria.





# T A V O L A

## Delle cose particolari contenute in quest'Opera.



<i>VELLO che sia Algebra.</i>	à facciate 15
<i>Regole delle Equationi, &amp; Capitoli dell' Algebra.</i>	5
<i>Discorso nel quale si vien ritrouando la Regola alla Equatione di vn Censo, &amp; Cose, eguali à numero.</i>	6
<i>Regola alla Equatione d'vn Censo, &amp; Cose eguali à numero.</i>	7
<i>Regola alla Equatione d'vn Censo, &amp; Cose eguale à numero.</i>	10
<i>Altra Regola alla Equatione di Censi, &amp; Cose eguali à numero.</i>	12
<i>Discorso nel quale si v'è inuestigando la Regola all' Equatione di vn Censo eguale à Cose, &amp; numero.</i>	13
<i>Regola alla Equatione d'vn Censo, eguale à Cose, &amp; numero.</i>	14. & 15
<i>Altre regole ad essa Equatione.</i>	16. & 17
<i>Discorso per seguire all' inuentione dell' Equatione di Cose eguali à Censo &amp; numero.</i>	22
<i>Regola all' Equatione di Censo, &amp; numero, eguali à Cose.</i>	26
<i>Altre regole ad essa Equatione.</i>	32
<i>Trasmutationi delli tre Capitoli, &amp; Equationi sopradette.</i>	32
<i>Auertimento intorno ad vna Equatione à car. 251. nell' Algebra del Bombello.</i>	40

### Nell' Aggiunta all' Algebra numerale.

<i>Che le positioni si possano fare à beneplacito.</i>	facciate 1.
<i>Inuentione della Regola all' Equatione d'vn Censo Censo, &amp; numero eguale à Censi.</i>	1
<i>Regola all' Equatione di vn Censo Censo, &amp; numero eguali à Censi.</i>	2
<i>Altri discorsi alle inuentioni delle Regole diuerse delle Equationi, done occorrono Censi, Censi, Censi, &amp; numero, &amp; trasmutationi loro.</i>	3
<i>Inuentione, &amp; Regola all' Equatione d'vn Censo cubo, &amp; numero eguali à cubi.</i>	13

### Nell' Algebra lineale.

<i>Come se sequischino in linee le operationi delle Equationi semplici.</i>	facciate 1.
<i>Della Equatione d'vn censo, &amp; cose eguali à numero.</i>	2
<i>Della Equatione d'vn censo eguale à cose, &amp; numero.</i>	3
<i>Della Equatione d'vn censo, &amp; numero eguale à cose.</i>	5
<i>Applicatione di parallelogrammo ad vna retta data con diuerse conditioni.</i>	9
<i>Diuerse sempj dell' uso loro.</i>	15
<i>Modi facili di trouare vna media frà due rette date.</i>	18. & 19
<i>Casi diuersi per e semplificare in linee le operationi numerali dell' Algebra numerale.</i>	25
<i>Modo facile di diuidere per pratica le linee in quante parti eguali si vuole.</i>	32
<i>Discorso per la inuentione della Regola all' Equatione di vn cubo, &amp; cose eguali à numero.</i>	34
<i>Regola alla Equatione di vn cubo, &amp; cose eguali à numero.</i>	38
<i>Modo di pigliare la radice cuba delli Binomij.</i>	38
<i>Modo di pigliare la radice cuba delli numeri.</i>	44
<i>Altro modo pigliare la radice cuba delli numeri.</i>	47
<i>Modo di trouare la differenza delli cubi di due numeri, &amp; quantità date.</i>	49



# QUELLO CHE SIA ALGEBRA.



**I**ALGEBRA, è Scienza de' numeri quale insegna dal falso estrahere il vero, ò mediante l'incognito render noto quello che si domanda, onde il fine d'essa è la cognitione della quantità ignota. Et perche nelli quesiti la quantità ignota, che si cerca sapere, si suole ponere essere vna Cosa di qui, è che in nostra lingua l'Algebra si potria chiamare, ò dire essere Scienza, ò Dottrina della Cosa; Le Regole d'essa possono deriuarsi dalla cognitione delle proprietà delle quantità proportionali ( *come si vede nel mio Trattato dell'Algebra proportionale* ) ò dalle proprietà de' Triangoli rettangoli ( *come si fa nel Trattato dell'Algebra Triangolare* ) ò dalle dimostrazioni Geometriche in particolare d'alcune Propositioni d'Euclide come si vede nel mio Comento, intorno alla quarta, & quinta del secondo libro delli Elementi d'Euclide; Nondimeno io qui mediante le speculationi del discorso naturale, senza hauer bisogno d'altra cognitione, fò deriuarne, & inuentarne le Regole d'essa, che in quest' Opera si trattano, supponendo però, che lo Studente sia pratico nelli Elementi delle quantità rationali, & Algebratiche; chesono il loro Somare, Sottrarre, Moltiplicare, & Partire, con la estrattione delle radici quadre delli Binomij, & Residui, & sapere fare le Positioni a proposito ne' quesiti, ò domande, peruenendo alle Equationi, ò Capitoli, ò vogliamo dire Regole alle quali esse Operationi, ò Positioni condurranno; che qui solo si attende alle Inuentioni de' Capitoli; Che ancora si trattarà di detti Elementi, &c. le N. S. D. I. O. lo concederà ad altro tempo. Dirò solo, che i Caratteri Algebratici ò ( *come si dice* ) delle dignità Algebratiche significanti la Cosa ( ò lato del quadrato ) il Censo ( ò quadrato ) il Cubo; il Censo di Censo ( ò quadro quadrato ) il primo relato, &c. che qui si adoprano, & anco in tutte le mie Opere sono gl'istessi numeri tagliati, cioè  $1, 2, 3, 4, 5$  &c. che si sono inostrati, & adoprati nell'Algebra proportionale, per comodità, & facilità dell'operare, come in esso Trattato si è detto; Onde breuemente vengo al nostro intento della inuentione delle Regole nelle Equationi, ò Capitoli Algebratici.

## Regole delle Equationi, ò Capitoli d'Algebra.

**Q**uando Cose, ò Censi, ò Cubi, ò altra dignità è eguale a numero, all' hora si vede, benissimo, che partendo il numero, per il numero della dignità, ne viene il valore d'vna vnità d'essa dignità, del qual valore, se la dignità sarà, ò Censo Gento, ò Cubo, ò Censo; pigliandone poi la radice, ò Censa Censa, cioè quadra quadrata, ò Cuba, ò Quadra, ne verrà il valore d'vna Cosa, ch'è anch'ella radice, ò  $4, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000$  &c. Però se  $3, 4, 5$  vagliono, ò vogliamo dire sono eguali a  $48$ , ne segue, che  $1, 4$  sia  $16$ , che  $1, 2$  sia  $4$ , & che  $1, 3$  sia  $2$ , per il che diremo, che la Cosa, ò vna Cosa vagli  $2$ . Et se  $Bx. 8z.$  sono eguali a  $16$  m.  $Bx. 3z.$  all' hora partiremo  $16$  m.  $Bx. 3z.$  ( *quantità che si piglia per numero, essendo ella libera, cioè senza sego di dignità Algebratica* ) per  $Bx. 8.$  ( *quantità de' Censi* ) che ne viene  $Bx. 3z. m. 4.$  cioè  $Bx. 3z. m. 2.$  questo auenimento sarà il valore d'  $1z.$  però la  $5$  valerà la  $Bx.$  quadra d'essa quantità, cioè valerà  $Bx. L. Bx. 3z. m. 2. 7.$

Et componendo li  $2, 3$  &  $4$  numero fra loro, di modo, che due d'essi, siano eguali all'altra, se ne formano tre Capitoli, poiche,  $0z.$  & cosa sono eguali a numero,  $0z.$  & num. sono eguali a  $2z.$  ouero  $2z.$  & numero sono eguali a  $1z.$  Et per venire in cognitione delle Regole d'essi Capitoli, potremo fare la seguente consideratione.

Dicendosi  $1z. p. 6z.$  sono eguali a  $40$ . Questo per essemplio può significare, che di vna quantità ( *che viene ad essere  $1z.$ , ò vogliamo dire il valore d'vna Cosa* ), al suo quadrato ( *che sarà  $1z. p. 6z.$*  ) gionto  $6.$  volte essa quantità ( *che sono le  $6z.$*  ) la somma fa  $40$ . Et può anco significare, che ad vna quantità ( *cioè ad  $1z.$*  ) gionto  $6.$  ( *ch'è il numero delle  $z.$  che sono con  $1z.$*  ) & la somma ( *cioè  $1z. p. 6z.$*  ) moltiplicata con essa quantità, cioè con essa  $1z.$  fa  $40$ . Cioè che il prodotto d'  $1z. p. 6z.$  via  $1z.$ , che fa  $1z. p. 6z.$ , sia quato è  $40$ . Hora stando in quest'ultimo significato, cioè che  $2z.$  gionta vna quantità, & la somma moltiplicata con essa quantità produci  $40$ . noi vediamo, che qui a voler trovare il valore della Cosa, conuien saper trouare quella quantità, che si ha da giongere a  $6$  ( *perche poniamo essa quantità essere  $1z.$ , & però gionta a  $6$  fa  $1z. p. 6z.$  quale moltiplicata per*

A ta per



proposto	dato	6, & diuisolo nelle sue due mita 3, & 7, le propona 4; Giogèdo esso 4. al total 6, che fara 10; Et anco giogendo esso 4, alla mita di 6, cioè a 3, che fara 7; all' hora al quadrato di questo 7. ch'è 49. fara eguale il prodotto, che nasce a moltiplicare tutto il 10, nel 4, giontoli, (che è 40.) gionto con il quad. di 3. mita del 6, qual quad. è 9. & però con il 40. fa in somma 49. Et la causa è, che considerato il 7. diuiso in 4. proposto, & in 3. mita della quantita data, da quali esso 7. si compone; il quad. di questo 7. viene ad essere eguale al quad. di 4, al quad. di 3, & al tutto di 4. in 3, & di 3, in 4; & vogliamo dire; Et al tutto di 4. in 3, due volte.
4	6	
	3. & 3	
proposto	mita il dato	gionto con il quad. di 3. mita del 6, qual quad. è 9. & però con il 40. fa in somma 49. Et la causa è, che considerato il 7. diuiso in 4. proposto, & in 3. mita della quantita data, da quali esso 7. si compone; il quad. di questo 7. viene ad essere eguale al quad. di 4, al quad. di 3, & al tutto di 4. in 3, & di 3, in 4; & vogliamo dire; Et al tutto di 4. in 3, due volte.
4	3	
	7.	
4	3	
4	3	

Perche supposto il 7. diuiso in 4. & 3. tanto fa a moltiplicare 7. via 7.

Early European Books, Copyright © 2012 ProQuest LLC.  
Images reproduced by courtesy of The Wellcome Trust, London.  
1369/D



L'istello conolceremo dilcorrendo come legge.

4 3

$$\begin{array}{r} 4 \\ 4 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 4 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ 3 \\ \hline 6 \end{array}$$

	1 Cosa	$\bar{p}3$	
	1 Cosa	$\bar{p}3$	
1 Cosa	$\bar{p}3$	$\bar{p}3$	$\bar{p}3$
1 Cosa	1 Cosa	1 Cosa	$\bar{p}3$
<u>123</u>	$\bar{p}3$ Cose	$\bar{p}3$ Cose	$\bar{p}3$

quanto a dire il ducto d'1 Cofa via 1 Cofe p̄ 6, cioè 1 zīp̄ 6 Cofa, sappiamo essere quanto 40, onde giontoli l'altro quarto parziale prodotto di 3, via 3, cioè 9, farà 49, & quello è il quad. d'1 Cofa p̄ 3. Ma detto 49. è anco quad. di 7. perche di 49. la R. è 7. onde tanto è 7, quanto 1 Cofa p̄ 3, però tanto è 4, quanto è 1 Cofa, cioè 1 Cofa conuiene che vaglia, o fia 4.

effere



effere la somma del quad. della quantita principale, & del dutto d'essa in 3. & 3. (cioè nella mita del 6. dato due volte) & del quad. del 3. detto, mita del 6. dato, quanto sarà il quad. del composto della quantita principale con il 3. mita del 6. dato, ma il quad. della quantita principale, & il dutto d'essa in 3. & 3. (ch'è quanto a dire il dutto d'essa in 6. dato) si dice esser 40. & il quad. della mita del 6. dato sappiamo esser 9. & però con il 40. fa 49. qual 49. è necessario, che sia quanto il quad. del composto della quantita principale, & del 3. mita del 6. dato; però la R. d'esso 49. cioè 7. conueria che sia il composto detto, ma d'esso composto l'vna parte è il 3. mita del 6. dato, però la restante parte, cioè è la quantita principale, douera esser il restante di 3. a 7. cioè douera esser 4. & così habbiamo trouato, che 4. è quella quantita domandata, quale multiplicata in se stessa, & al prodotto, o suo quad. 16. giunto il dutto d'esso 4. via 6. dato (che produce 24.) fa 40. come ti propone. Hora applicando questo al nostro Capitolo, o agguagliamento d'  $1 \pm 6$  Cose, eguale a 40. nel quale la Cosa, è 1 Cosa, che si cerca sapere per numero è quella quantita principale, che multiplicata in se stessa (& produce l'12) & al prodotto, o suo quad. giunto il dutto d'essa 1 Cosa, via 6. (che produce 6. Cose, & con l'12 fa  $1 \pm 6$  Cosa) deue per somma fare 40. vediamo che a questo 40. giungendo il quad. della mita di 6. (cioè il quad. di 3. mita del numero delle Cose) ch'è 9. & fa 49. questo 49. sarà il quad. del composto d'1 Cosa detta, & di 3. mita del 6. dato, cioè sarà il quad. d'1 Cosa  $\pm$  3. ch'è quanto a dire, che 1 Cosa  $\pm$  3. farà quanto la R. di 49. ch'è 7. onde perche 1 Cosa  $\pm$  3. è quanto 7. conosciamo ch'è cauare il 3. mita del 6. dato, da questo 7. & resta 4. questo 4. necessariamente sarà il valore d'1 Cosa; Et che perciò da questo discorso se ne deduce la regola istessa già detta per questo Capitolo, cioè. Quando vn Censo, & Cose sono eguali a numero. Per trouare il valore d'vna Cosa; Alquad. della mita del numero delle Cose, si giunga il numero della equatione, & dalla R. della somma si capi la mita del numero delle Cose, che il restante sarà il valore della Cosa.

Si potria anco auertire, che hauendo da principio conosciuto, che quando vna quantita data poniamo 7. e diuisa in due parti come si vogli, & siano 4. & 3. Il quadrato della prima parte, con il quadrato della seconda, & con il doppio del dutto della prima parte nella seconda giunti insieme, compongono il quadrato della quantita totale data, cioè che 16. 9. 12. & 12. compongono, o fanno 49. noi nella Equatione d'  $1 \pm 6$  Cose eguale a 40. potremmo supponere, che d'vna quantita ignota diuisa in due parti, la prima parte fusse quella, il quadrato della quale e l'12. per il che ella faria 1 Cosa, & che il doppio del dutto dell'vna parte nell'altra fusse le 6 Cose accompagnate all'12. per il che vn semplice loro dutto faria 3 Cose, onde se l'vna parte è 1 Cosa, & che il loro dutto sia 3 Cosa a partire questo dutto 3. Cosa, per la prima di loro 1 Cosa, l'auuenimento 3. farà la seconda parte; Ma al quadrato della prima parte, & doppio del dutto della prima parte nella seconda, che hora è  $1 \pm 6$  Cose, & però è 40. (al quale si dice l'  $1 \pm 6$  Cose essere eguale) giunto il quadrato della seconda parte, qual quadrato è 9. (essendosi trouato la seconda parte, douere essere 3.) la somma, cioè hora 40. & 9. che fa 49. deue essere il quadrato della quantita totale (1 Cosa  $\pm$  3.) diuisa nelle due parti dette 1 Cosa, & 3. però d'vna quantita essendo 49. il quadrato, ella sarà la radice d'esso 49. cioè sarà 7. della quale quantita 7. sapendo noi, che la seconda parte è 3. conueria che la prima chiamata 1 Cosa, sia il restante fino a 7. cioè sia 4. per il che habbiamo trouato la cosa valere 4. & così  $1 \pm 6$  cosa, sarà  $16 \pm 24$ . che ben fanno 40. come conuiene; Perche mò si vede, che quel 3. qui ch'è stata seconda parte, e sempre la mita del 6. numero delle cose accompagnate all'12. & che il quadrato d'esso 3. cioè hora 9. giuto al 40. numero dell'Equatione, forma il quadrato del numero, o quantita A. la R. del quale e sempre composta dal 3. detto, mita del numero delle cose, & dal valore della cosa, che hora è 4. & perciò dalla R. d'essa somma, o quantita A. leuatone il 3. mita del numero delle cose della Equatione, il restante è il valore della cosa, conosciamo che anco di qui se ne deduce la regola istessa già data per questo Capitolo, o Equatione d'  $1 \pm 6$  & eguale a numero, cioè. Al quadrato della mita del numero delle cose, si giunga il numero della Equatione, & dalla R. della somma si capi la mita del numero delle cose, che il restante sarà il valore della cosa.

Ancora potremmo considerare, che nelli agguagliamenti d'Algebra, la notizia del valore della cosa, o d'1 cosa, si haueria sempre, che ci ridurremmo ad vno agguagliamento, o vogliamo dire si sapesse formare, o deriuare vna Equatione, doue da vna parte sia solo cose, & dall'altra solo numero, o vogliamo dire quantita libera da nome, o denominatione di dignita Algebrica (cioè doue non sia nome, o denominatione, ne di Cosa, ne di 2, ne d'altra dignità.) Onde il capitolo, o agguagliamento d'  $1 \pm 6$  cose, eguali a numero, per cercar modo di arriuare ad agguagliamento doue solo cose siano eguali a numero, vediamo che essendo da vna parte 2, ci conuerà ridurli a cose, il che si fa partendoli per cosa, però se hanedo  $1 \pm 6$  cose, eguale a 40. noi partessimo  $1 \pm 6$  cose per 1 cosa, ne verria 1 cosa  $\pm$  6. Ma dall'altra parte douedo anco partire 40.

per



per 1 cosa ne verzia 40. esimo di 1 cosa, che non fa a nostro proposito, non essendo quantità libera di cosa, o numero. Però considereremo, che anco il ridurre li 2, a cose, si può fare, pigliando ne la B. quadra, perche del Censo, la Cosa è sua B. onde vedremo di pigliare la B. d' 1 a p 6 Cose, & per poterlo fare, considereremo che sorte di quantità moltiplicata in se stessa produca 2, & 1, & vedremo, che pigliando Cose, & numero poniamo 2 Cose p 3. & moltiplicandolo in se stesso produce 4 z p 6 Cose, p 9; onde dal composto di 2 & 1 numero moltiplicato in se stesso, se ne produce 2 & 1, & numero, del qual prodotto la quantità detta composta di 1, & numero, moltiplicata in se stessa viene ad essere la B. quadra; & esso prodotto perciò è il quad. d'essa quantità, che diciamo essere sua B. & nel prodotto, o quad. detto, il numero de' 2 è sempre il quad. del numero delle 1, della B.; & anco in esso prodotto, o quad. il numero delle 1, è sempre il doppio di quello, che nasce a moltiplicare il numero delle 1 della B. nel numero accompagnatoli; Et finalmente in esso prodotto, o quad. il numero è sempre il quad. del numero della B. onde se nel prodotto, o quad. haueremo 1 z, perche la sua B. è 1, conuerà che nella B. sia 1; & se nel prodotto, o quad. haueremo 6 z, bisognerà che il 6, numero d'esse sia doppio a quello che nasce a moltiplicare 1, numero delle 1, che deuono essere nella B. per il numero che li sarà accompagnato; & che però a moltiplicate questi 1. num. delle cose della B. con il numero accompagnato li facci la metà di detto 6. cioè facci 3. ma il numero con il quale moltiplicato 1. facci 3. è quello, che si troua, partendo 3. per 1. & ne viene 3. però 3. douerà essere il numero nella B. accompagnato ad 1 z, & così essa B. sarà 1 z p 3. che moltiplicata in se stessa produce 1 z p 6 1 p 9. Onde se haueremo 1 z p 6 1 p 9. eguale a qualche numero, poniamo a 64. all' hora perche delle quantità eguali, anco le sue radici sono eguali, ne seguirà, che la B. d' 1 z p 6 z p 9. (qual B. sappiamo essere 1 z p 3.) fusse eguale alla B. di 64. (qual B. è 8.) & così essendo 1 Cosa p 3. eguale a 8. levando 3. da ciascuna parte restaria 1 Cosa eguale a 5. (che è quello agguagliamento semplice, che a noi fa a proposito 20.) & perciò la Cosa valeria 5. Ma quando haueremo hauuto solo 1 z p 6 Cose, eguale a 55. conosciamo che se a ciascuna quantità aggiungeremo quel 9. che manca all' 1 z p 6 Cose, ad essere quantità quadrata; all' hora haueremo 1 z p 6 Cose, p 9. eguale a 64. Et perche di ciascuna di queste due quantità si può pigliare la B. & esse B. deuono essere eguali fra loro (come anco sono le quantità dette) diremo 1 Cosa p 3. (B. dell' una) essere eguale a B. 64. cioè ad 8. (B. dell' altra) onde cauato 3. da ciascuna di queste due quantità haueremo 1 Cosa, eguale a 5. & però la Cosa valeria 5. quando 1 Censo, p 6 Cose, fusse eguale a 55. Che ben si vede, che 1 Censo, fatta 25. & 6 Cose, fariano 30. che in tutto fanno 55. Et se 1 Censo p 6 Cose, fusse posto eguale a 64. da ciascuna di queste due quantità aggiungeremo 9. che è quel numero, che manca ad 1 Censo p 6 Cose, ad essere quantità quadrata, (che esso numero 9. è sempre il quad. del numero che nasce a partire la metà del numero delle Cose, per il numero che è B. del numero del Censo; come habbiamo veduto di sopra; Onde quando il numero de' Censi è 1. la B. d' esso 1. è sempre 1. con il quale partito la metà del numero delle Cose, ne viene sempre la istessa metà; & però si può dire, che quando il numero de' Censi è 1. il 9. nasce a moltiplicare la metà del numero delle cose in se stesso) la prima quantità douenterà quadrata, & la sua B. sarà 1 Cosa p 3; (che l' 1 Cosa è sempre la B. dell' 1 Censo; & il 3. si può dire essere sempre quel numero, che nasce a partire la metà delle Cose, per questa 1 Cosa; che, perche a partire 1 per 1, ne vien numero, & a partire qual si vogli quantità per 1, ne vien sempre la istessa quantità, & in questi ca si il partitore sarà sempre 1, quando il numero de' z sia 1. (perche d' 1. numero de' Censi, la rad. è sempre 1. numero delle Cose della sua rad.) vediamo, che il 3. detto è sempre la metà del numero delle Cose accompagnate all' 1 Censo. Et la seconda quantità douenterà 73, & la sua B. sarà B. 73, alla quale sarà eguale l' 1 Cosa p 3. Onde cauato comunemente 3. (qual 3. è sempre la metà del numero delle Cose, quando il numero de' Censi è 1.) restará 1 Cosa, eguale a B. 73. m. 3. Cioè la Cosa, valerà Rad. 73. m. 3; Et perche habbiamo veduto il 73. del quale si piglia la Radice, componerli sempre dal 64. numero solo da vna parte, giuntoli il 9. che è Quad. del 3. metà del numero delle 1, che sono con l' 1 z, dall' altra parte, & da questa Radice, cauarfene sempre l' istesso 3, metà del numero delle 1, che il restante poi è il valore della 1, conosciamo, che questo basta a dar regola a questo Capitolo di 2, & 1, eguali a numero, & che ella potrà essere la seguente.

Quando va Censo, & Cose, sono eguali a numero, o quantità, tale libera da nome di dignità Algebratica, per trouare il valore della cosa. Al numero, o quantità libera detta, si giunga il quad. della metà del numero delle Cose; & dalla B. della somma si caui la metà detta del numero

B. mero



mero delle Cose, che il restante sarà il valore della Cosa.

Ma quando Non 1 Censo, & Cose; ma più, o manco d'un Censo, e Cose, fossero eguali a numero. Allhora per valersi di questa regola; conuerà partire, ciascuna d'esse due quantità, per il numero de' Censi, accioche ne venisse 1 Censo, & Cosa, eguali a numero (*ilche si chiama ridurre a 1 Censo*) & poi ci servirebbe la Regola; Et se non volessimo fare detta reductione, ma lasciare il numero de' Censi, come egli si trouasse; all hora conuerria usare vna Regola generalissima, quale potria essere la seguente, come si caua dal discorso superiore.

Quando Censi, & cose, sono eguali a numero. Partasi il numero delle cose, per la rad. del numero de' censi; & il quad. della mita dell'auenimento si giunga al numero della Equatione, & della rad. della somma si caui la mita dell'auenimento detto, & il restante si parta per la radice del numero de' censi, che l'auenimento sarà il valore della Cosa; Ouerò potremo dire, che risulta l'istesso.

Quando censi, & cose, sono eguali a numero; per trouare il valore d'vna cosa. Partasi la mita del numero delle cose, per la radice quadra del numero de' censi, & il quadrato dell'auenimento si giunga al numero della Equatione, & della radice quadra della somma si caui l'auenimento detto, & il restante si parta per la rad. del numero de' censi, che l'auenimento sarà il valore d'vna cosa.

Per esemplo, hauendo 9. censi p 12 cose, eguali a 60. Partiremo 12. numero delle cose per 3. radice di 9. numero de' censi, & ne viene 4. la mita del quale è 2. & il suo quad. è 4. che si giunge a 60. numero della Equatione, & fa 64 & della sua rad. ch'è 8. si caui il 2. dell'auenimento detto, & resta 6. quale si parte per il 3. rad. del 9. numero de' censi, & ne viene 2. & questo 2. è il valore della cosa.

Et considerando la operatione vediamo, che douendo noi trouare vna quantità, (*che sarà di Cose, & numero*) quale moltiplicata in se stessa produca li 9. censi p 12 cose, & quel numero di più, che ne deriuara, conuiene che le cose siano tante, che moltiplicate in se stesse, producano li 9. censi, & perche numero via numero, produce numero, & cosa via cosa, produce censi; essendo la dignita cosa, la radice della dignita censi; conuerà che il numero delle cose, sia la rad. di 9. ch'è 3. & però 3. cose è la quantità, che moltiplicata in se stessa, produca li 9. censi; Et perche a moltiplicare queste 3. cose, con vna quantità, due volte deue fare le 12. cose; accompagnate alli 9. z. conuiene p trouarla, partire esse 12. x p le 3. x; & ne viene 6. ch'è num. perche a partire la dignita cosa, per la dignita cose, ne viene numero, & a partire numero per numero, ne

9. censi, più 12. cose. Eguale a 60.  
3. cose p 2  
6. censi p 12. cose, p 4.  
3. cose p 2.  
3. cose.  
1. cosa.

Eguale a 64.  
Eguale a 8.  
Eguale a 6.  
Eguale a 2.

viene numero. Cioè vna dignita in vna simile a lei entra sempre vn numero semplice di volte, & perciò diciamo, che si parta il numero delle 12. cose, cioè 12. per il numero delle 3. cose, cioè per 3. che ne viene 4. & questo è il doppio del numero, che moltiplicato via le 3. cose, due volte, farà le 12. cose, & però esso numero semplice, farà la mita di 4. cioè 2. (*quale anco si troua subito, partendo non tutto il 12. numero delle cose, ma solo 6. mita d'esso*

*numero delle cose per il 3. radice del numero de' censi, che ne viene 2.*) & perche questo 2. moltiplicato con le 3. cose, che fa 6. cose, & doppiato fa 12. cose, cioè quelle a punto, che sono con li 9. censi; vediamo che vna quantità, quale moltiplicata in se stessa, produca li 9. censi, p 12. cose, douera essere 3. cose, p 2. ma questa non solo produce 9. censi, p 12. cose, ma produce anco 4. di più, ch'è sempre il quad. del numero 2. mita del 4. quale è nato dal partire 12. numero delle cose, per 3. rad. di 9. numero de' censi, o vogliamo dire, ch'è sempre il quad. del numero 2. quale è nato dal partire 6. mita del 12. numero delle cose; per 3. rad. del 9. numero de' censi; Onde alli 9. censi, p 12. cose, conuiene giungere il quad. di questo 2; cioè 4. accioche douenti 9. censi, p 12. cose, p 4. ch'è quantità quadrata, & però conuiene giungere il medesimo 4. (*quad. 2. detto*) al 60. altra parte della Equatione, & fa in somma 64. & così 9. censi, più 12. cose, più 4. sarà eguale a 64; onde perche la rad. d'vna quantità sarà eguale alla rad. dell'altra, pigliando la rad. di 64. ch'è 8. ella sarà eguale alle 3. cose, più 2. detto, che producono li 9. censi, più 12. cose, più 4. & perciò leuando il 2. da ciascuna parte, restaranno le 12. da se, eguali a 6. cioè leuando il 2. dall'8. resta 6. & questo è eguale alle 3. cose, onde partito questo 6. per 3. num. d'esse 3. cose, qual sappiamo essere la rad. del 9. nu-

5. censi, più 12. cose. Eguale a 81.  
rad. 5. cose, più rad. 7.  
rad. 5. cose. Eguale a 25.

Eguale a rad. 81.

rad.  $\frac{3}{6}$ .

rad.  $\frac{4}{2}$ .

d. 45. ne viene  $3\frac{1}{2}$ . cauato 1. resta  $2\frac{1}{2}$ .  
cioè rad.  $\frac{2}{4}$ . che via rad.  $\frac{3}{6}$ . fa quanto  
rad.  $\frac{5}{1}$ . via ra.  $\frac{9}{1}$ . cioè produce rad. 45.

mero



mero de' censi, della Equatione, ne viene 3. ch'è il valore della  $x$ . Cioè se 3. cose, sono eguali a 6. ò vagliono 6. vna cosa sola, ch'è la terza parte di 3. cose, valerà 2. ch'è similmente la terza parte di 6. Et dicendosi 5. censi, p. 12. cose, sono eguali a 81. per trouare il valore della cosa, si dica. La rad. di 5. z. è rad. 5.  $\frac{1}{5}$ , & con questo partito 6.  $\frac{1}{5}$  mità delle 12.  $x$ , ne viene rad. 7.  $\frac{1}{5}$ . però  $5x + p. 7. \frac{1}{5}$ . moltiplicato in se stesso produrrà 5. z. p. 12.  $x$ ; & il quad. di  $7. \frac{1}{5}$ . di più, cioè 7.  $\frac{1}{5}$ . di più, che giunto all'81. numero della equatione fa 88.  $\frac{1}{5}$ . però la sua  $\sqrt{x}$  cioè  $\sqrt{88. \frac{1}{5}}$ . sarà eguale a rad. 5.  $\frac{1}{5}$ , p.  $7. \frac{1}{5}$ . Onde cauato il  $\sqrt{x}$  7.  $\frac{1}{5}$ . da  $\sqrt{88. \frac{1}{5}}$ . che resta rad. 45. questo sarà eguale a solo rad. 5.  $\frac{1}{5}$  però se rad. 5.  $\frac{1}{5}$ , vale rad. 45. solo 1.  $\frac{1}{5}$ , valerà quello, che nasce a partire rad. 45. per rad. 5.  $\frac{1}{5}$  & è rad. 9. che significa 3. però 3. vale la Cosa.

Dunque con la rad. del numero de' z. (cioè con la rad. di 5. ch'è rad. 5.  $\frac{1}{5}$ ) si è partito la mità del numero delle  $x$ , (cioè si è partito 6. mità di 12. che ne viene rad. 7.  $\frac{1}{5}$ .) & il quad. dell'auenimēto (cioè 7.  $\frac{1}{5}$  quad. di rad. 7.  $\frac{1}{5}$ .) si è giunto al numero della equatione (cioè si è giunto ad 81. & fa 88.  $\frac{1}{5}$ .) (& dalla rad. della somma (cioè dalla rad. di detto 88.  $\frac{1}{5}$ . ch'è rad. 88.  $\frac{1}{5}$ .) si è cauato l'auenimēto detto (cioè la rad. 7.  $\frac{1}{5}$ .) & il restante (cioè rad. 45.) si è partito per la rad. del num. de' z. (cioè si è partito per la rad. di 5. ch'è rad. 5.  $\frac{1}{5}$ .) & l'auenimēto (cioè rad. 9. ch'è 3.) è stato il valore della Cosa.

Ancora se andremo considerando il modo d'operare in questo Capitolo di z. & x. eguale a numero per trouare il valore della Cosa, quando il numero di z. è 1. ci accorgeremo come a quella similitudine si possa operare, è trouare pure il valore della Cosa, nelli agguagliamenti doue il numero de' z. sia più, ò manco di 1. senza ridurli ad 1. z.; Che per effempio. Hauendo come di sopra 5. z. più 12.  $x$ , eguali a 81. il che ridotto ad 1. z., (cioè partito ciascuna quantità per 5. numero delli z.) ne deriuà 1. z. p. 2.  $\frac{1}{5}$ . eguale a 16.  $\frac{1}{5}$ . Noi pigliando hora la mità di 2.  $\frac{1}{5}$ . (numero delle  $x$ ), ch'è 1.  $\frac{1}{5}$ , & moltiplicandola in se stessa fa 1.  $\frac{1}{25}$ . cioè 1.  $\frac{1}{5}$ . & giogendoli il numero della equatione 16.  $\frac{1}{5}$ . fa 17.  $\frac{1}{5}$ . & di questo presa la rad. ella è 4.  $\frac{1}{5}$ . cioè 4.  $\frac{1}{5}$ . dal qual cauato 1.  $\frac{1}{5}$ . (mità del numero delle  $x$ ) resta 3. ch'è il valore d'1.  $x$ ; Ma se non mouendo, ò mutando l'agguagliamento che si haueua, cioè 5. z. p. 12.  $x$ , eguali a 81. Si fusse moltiplicato 6. mità del numero delle 12.  $x$ , in se stesso faria 36. & questo 6. (mità del 12. numero delle  $x$ ), moltiplicato in se stesso è 5. volte, quanto l'1.  $\frac{1}{5}$ . che si moltiplicò all' hora in se stesso, perche esso 1.  $\frac{1}{5}$ . è mità del 2.  $\frac{1}{5}$ . nato dal partire 12. per 5. numero de' z.; Onde al quad. di quello, che fu 1.  $\frac{1}{25}$ . essendosi giunto 16.  $\frac{1}{5}$ . & della somma p. si fa la rad. che fu 4.  $\frac{1}{5}$ . se vorremo, che così come il 6. è 25. volte l'1.  $\frac{1}{5}$ . & però il 36. è 25. volte quanto 1.  $\frac{1}{25}$ . quadrato di 1.  $\frac{1}{5}$ . così anco il numero, che si giognerà al 36. sia 25. volte quanto il 16.  $\frac{1}{5}$ . numero di quella equatione giunto all'1.  $\frac{1}{25}$ . acciò che la somma con il 36. sia 25. volte, quanto la somma con l'1.  $\frac{1}{25}$ . & che perciò la rad. d'essa somma col 36. sia 5. volte, (ch'è la rad. del 25. detto) quanto il 4.  $\frac{1}{5}$ . ch'è la rad. del 17.  $\frac{1}{5}$ . ò 4.  $\frac{1}{5}$ . somma con l'1.  $\frac{1}{25}$ . Conuerà che al 36. si giunga vn numero, che sia 25. volte, quanto il 16.  $\frac{1}{5}$ . cioè 5. volte 5. ma l'81. numero della equatione doue sono li 5. z. è 5. volte quanto il 16.  $\frac{1}{5}$ . dell'altra equatione doue è l'1. z. deriuando il 16.  $\frac{1}{5}$ . dal partire l'81. per 5. numero delle z.) Onde se moltiplicaremo questo 81. ancora per 5. ch'è pure il numero de' z. della equatione, doue è l'81. & produce 405. questo 405. giunto al 36. farà vna somma, cioè 441. che sarà 25. volte, quanto la somma 17.  $\frac{1}{5}$ . & però la rad. di questo 441. ch'è 21. sarà 5. volte dette (cioè la rad. del 25.) quanto e la rad. del 17.  $\frac{1}{5}$ . ò vogliamo dire 4.  $\frac{1}{5}$ . qual rad. è 4.  $\frac{1}{5}$ . cioè 4.  $\frac{1}{5}$ . & da questo 4.  $\frac{1}{5}$ . leuando 1.  $\frac{1}{5}$ . mità del 2.  $\frac{1}{5}$ . numero delle cose dell'ultima equatione, che resta 3. & anco dal 21. leuando 6. mità del 12. numero delle  $x$  della prima equatione, & resta 15. perche così il 6. leuato dal 21. è 5. tanti dell'1.  $\frac{1}{5}$ . leuato dal 4.  $\frac{1}{5}$ . come anco il 21. totale è 5. tanti del 4.  $\frac{1}{5}$ . totale, vediamo che il 15. che resta qui, douerà essere anch'egli similmente 5. volte tanto, quanto il 3. che resta lì; Onde se partiremo questo 15. per 5. numero de' z. della prima equatione (dal qual 5. deriuano li 5. tanti detti.) & ne viene 3. questo 3. sarà a punto il 3. istesso, che nell'ultima equatione mostra il valore della Cosa, & così concluderemo, che la cosa

$$\begin{array}{r}
 5x + 12x = 81 \\
 \underline{6} \\
 36 \\
 5 \text{ via } 81 \text{ fa } 405 \\
 \underline{441} \\
 21 \\
 \text{cauato } 6 \\
 15 \\
 3 \text{ vale la } x
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1z + 2x = 16\frac{1}{5} \\
 \underline{1\frac{1}{5}} \text{ via } 1\frac{1}{5} \text{ fa } 3\frac{6}{5} \\
 \text{cioè } 1\frac{1}{5} \text{ somato con } 16\frac{1}{5} \\
 \text{fa } 17\frac{1}{5} \text{ cioè } 4\frac{1}{5} \text{ la sua} \\
 \text{rad. è } 4\frac{1}{5} \text{ cioè } 4\frac{1}{5} \text{ cauato} \\
 1\frac{1}{5} \text{ resta } 3 \text{ ch'è valore della} \\
 \text{cosa}
 \end{array}$$

vagli 3. adoprando pure la prima equatione nel modo veduto. Cioè Hauendo 5. z. p. 12. cose, eguali











rò il  $z$  valeria solo 16. di più delle 6.  $x$ ; ma nel nostro caso conuerria che valesse 40. di più, perche  
 6.  $x$  & 40. di più sono eguali ad 1.  $z$ ; perche conosciamo che 8. è poco per valore della  $x$ ; poi-  
 che il  $z$  valeria tanto poco più delle 6.  $x$ , che non arriua al 40. numero accompagnato alle  $x$ ,  
 onde conuiene, che la  $x$ , vagli più 8. accioche il  $z$ , douenti maggiore per poter supplire al 40.  
 detto; Et se ponremo, che la  $x$ , vagli 9. cioè 3. più di 6. numero delle  $x$ , all' hora il  $z$ , valerà 9.  
 volte 9. & le 6.  $x$ , valeranno 6. volte 9. però quello in che il valore del  $z$ , supera il valore delle 6.  $x$ ,  
 verrà ad essere il prodotto di 3. via 9. cioè del 9. preso per valore della  $x$  nel 3. in che esso 9. supe-  
 ra il 6. numero delle  $x$ ; ma il prodotto di questo 3. via 9. è 27. il che non arriua a 40. (*numero ac-*  
*sompagnato alle cose*) come bisognaria, però anco 9. è poco, per il valore della cosa, cioè non ba-  
 sta che la cosa, vagli solo 3. più di 6. numero delle  $x$ ; poiche questo 3. moltiplicato poi per 9. che  
 faria il valore della cosa, non fa 40. Conosciamo dunque hora, che il valore della cosa, conuiene  
 che sia tanto maggiore, o tanto più di 6. numero delle  $x$ , che quel più moltiplicato per esso va-  
 lore della cosa, facci a punto 40. numero accompagnato alle 6.  $x$ ; Onde per trouare quel nume-  
 ro, o quel più, in che il vero valore della cosa (*qual vero valore si compone da quel più, & dal 6.*  
*numero delle cose*) deue superare 6. potremo formare questo quesito, & dire. Trouisi vn nume-  
 ro, che giunti 6. (*numero delle cose*,) & il composto, o somma moltiplicato per esso numero,  
 produca 40. (*numero accompagnato alle 6. cose*,) Et per trouarlo, ponremo che esso numero  
 cercato sia 1. cosa, che giunti 6. fa 1.  $x$  p 6. & questo moltiplicato per l'istesso numero 1. cosa, fa  
 1.  $z$  p 6.  $x$ ; ma noi vogliamo che il prodotto sia 40. però 1.  $z$  p 6.  $x$ , è eguale a 40; onde habbiamo  
 la Equatione nel Capitolo già noto di  $z$ , &  $x$ , eguali a numero, però per sapere quanto vale la co-  
 sa, ridurremo prima il tutto ad 1.  $z$  (*ma di già è ridotto essendo a punto 1. il numero de' centi*)  
 poi piglieremo la metà del numero delle  $x$ , accompagnato ad 1.  $z$ , qual metà è 3. & al suo quad-  
 9. giungeremo il numero 40. & fa 49. del quale piglieremo la  $B$ . quadra, ch'è 7. & di questo 7. ca-  
 uaremo 3. metà del numero delle  $x$ , & resta 4. ch'è il valore della cosa, & però è il numero cerca-  
 to, quale giunto a 6. & la somma 10. moltiplicata per esso numero 4. produce 40. numero della  
 Equatione. Conosciamo dunque, che nel nostro principal Capitolo di 6.  $x$  p 40. eguale ad 1.  $z$ ;  
 conuiene che il valore della cosa sia 4. più del 6. numero delle  $x$ , & che perciò sia 10. & così sapre-  
 mo, che la cosa, vale 10. accioche le 6.  $x$ , che faranno 60. giunte a 40. che fanno 100. siano a punto  
 1.  $z$ ; cioè quanto il quad. di 10, ch'è anch'egli 100. Et da questo discorso per deriuare la regola  
 nel Capitolo, o Agguagliamento di Cose, & numero eguali ad 1. Censo; Consideraremo, che  
 primieramente habbiamo conosciuto, che il valore della cosa, è sempre più, o maggiore del nu-  
 mero delle  $x$ , & che quel più è sempre tanto, che giunto con esso numero delle  $x$ , & il composto, o  
 somma moltiplicato per quel più detto, se ne produce il numero della Equatione. Et anco sap-  
 piamo, che la cognitione di quel più, deriua da vn'altra Equatione nel Capitolo di  $z$ , &  $x$ , egua-  
 le a numero, nel quale il  $z$ , è l'istesso 1.  $z$ , che nel Capitolo primiero, & le  $x$  da' accompagnarli so-  
 no sempre le istesse, che nel medesimo Capitolo primiero; & che il numero, al quale esso 1.  $z$ , &  $x$   
 si egguagliano è sempre l'istesso numero, ch'è nel Capitolo primiero; cioè habbiamo in questa  
 seconda Equatione le quantità istesse, ch'erano nella prima, ma qui il  $z$ , & le  $x$  sono accompa-  
 gnate insieme, & il numero è da se solo; Et conosciamo, che di questa seconda Equatione (*nella*  
*quale si trasmuta la prima*) il valore della cosa, è quel numero al quale giunto il numero del-  
 le cose della prima Equatione, ne nasce il vero valore della cosa nella prima; cioè che in questa  
 seconda Equatione il valore della cosa è tanto manco di quello, ch'è il valore della cosa, nella  
 prima, quanto importa il numero delle cose, o vogliamo dire; Conosciamo che il valore della  
 cosa in questa seconda giunto al numero delle  $x$ , (*ch'è l'istesso in ciascuna delle due Equationi*)  
 fa in somma il vero valore della cosa nella prima. Et perche a trouare il valore della cosa nel-  
 la seconda Equatione di 1.  $z$  &  $x$  eguali a numero. Conuiene (*come mostra la sua regola data*)  
 moltiplicare in se stesso la metà del numero delle cose, & al prodotto giungere il numero della  
 Equatione, & della somma pigliare la  $B$ . quadra, & d'essa cauare la metà del numero delle cose,  
 che il restante è il valore della cosa. Conosciamo, che per trouare il vero valore della cosa, nel-  
 la prima Equatione di 1.  $z$ , eguale a cose, & numero. Conuerà a punto fare l'istesso, & poi di più  
 al restante (*che inui diceuamo essere il valore della cosa*) giungere il numero delle cose, che la  
 somma poi farà il vero valore della cosa, nella Equatione, o Capitolo di  $z$  eguali a cose, & nume-  
 ro. Et perciò si potrà dire.

Quando 1.  $z$  sia eguale a cose, & numero (*che sempre s'intende il tutto essere ridotto ad 1. cen-*  
*so*) per trouare il valore della cosa. Al quad. della metà del numero delle cose, si giunga il nu-  
 mero, & del composto, o somma si pigli la  $B$ . quadra, & d'essa si cau la metà del numero delle co-  
 se, & al restante si giunga il numero delle cose, che la somma farà il valore della Cosa.  
 Ma notisi, che dalla  $B$ . quadra detta, douendosi cauare la metà del numero delle cose, & al re-  
 stante



stante giungere il numero delle cose; Perche il cauare la mità d'un numero, ò quantità, & poi giungere al restante tutto il numero intiero, ò quantità, è quanto in vna sola operatione, giungere l'olo la mità del numero, ò quantità. (*Che per essempio se da 10. cauiamo la mità di 4. cioè 2. che resta 8. & a questo giungiamo tutto il 4. che fa 12; questo 12. medesimo si baueria subito, se al 10. hauessemo giunto solo la mità del 4. cioè 2. lassando l'altra mità, che prima si cauaua dal 10. poiche a cauare 2. & poi giungere 2. al restante, il 10. non si viene ad alterare, ò diuersificare.*) Noi nel dare la Regola nel Capitolo, ò Agguagliamento detto; breuissimamente potremo dire.

Quando 1. 2. è eguale a cose, & numero. Al quadrato della mità del numero delle Cose. si giunga il numero, & alla R. della somma si giunga la mità del numero delle cose, che il composto farà il valore della Cosa.

La Regola di questo Capitolo di cose, & numero eguali a 1. 2. si potria anco deriuare dalla seguente consideratione.

Hauendo poniamo 6 cose p. 40. eguali a 1. 2. Questo significa trouare vn numero, che preso 6. volte, cioè moltiplicato per 6. & al prodotto giunto 40. facci quanto il quad. d'esso num. per il che conuiene, che quel num. sia più di 6. & tanto più che quel più moltiplicato per esso num. facci il 40. Ma noi habbiamo veduto, che se ad vna quantità data si giunge vna proposta, & la somma totale si moltiplica via la proposta, & al prodotto si giunge il quad. della mità della data, che ne resulta tanto, quanto è il quad. della quantità composta dalla proposta, & dalla mità della data. (*Cioè habbiamo veduto sino nel principio del discorso dell'antecedente Capitolo di censi, & cose, eguali a numero*) che dato poniamo 6. (*ch'è il numero delle cose noto*) & proposto 4. (*che ci è incognito, & si cerca di trouare*) da giungerli, che la somma loro, quale è 10, moltiplicata con esso 4. proposto aggiunto, & fa 40. & a questo giuto il quad. della mità del 6. dato, cioè il quad. di 3. ch'è 9. & fa 49. Questo 49. essere sempre tanto, quanto è il quad. della quantità composta dalla

dato	proposto,	somma loro
6	4	10
3. mità del 6. dato		
4. proposto		
7. somma del proposto 4. con la mità di 6. dato.		
4. via 10.	( 4. via 7. fa 28.	
& 3. via 3.	4. via 3. fa 12.	
quanto	3. via 3. fa 9.	49.
7. via 7.	( 4. via 7. fa 28.	
	3. via 7.	
Ma 3. via 7. ò 7. via 3.		
si diuide in 4. via 3. fa 12.		
& 3. via 3. fa 9.		
		49.

proposta 4. & dalla mità della data 6. quale mità è 3. & con il 4. fa 7. il quad. del qual 7. è bene 49. Che 4. via 10. & 3. via 3. dall vna parte, così deue componete il 49. così il 7. via 7. dall'altra parte. Perche considerato dall vna parte diuiso il 10. in 7. & 3. Tanto è 4. via 10. quanto 4. via 7. & 4. via 3. (*parti del 10.*) onde dall vna parte supponeremo hora d'hauere 4. via 7. & 4. via 3. & 3. via 3. & dall'altra parte, considerato l'vn 7. diuiso in 4. & 3. Tanto è 7. via 7. quanto 4. via 7. & 3. via 7. & ancora nel 3. via 7. ouero 7. via 3. (*per comodità, ch'è l'istesso*) considerato il 7. diuiso in 4. & 3. Tanto è 7. via 3. quanto 4. via 3. & 3. via 3. Onde dall'altra parte supponeremo hora d'hauere 4. via 7. 4. via 3. & 3. via 3. Ma queste istesse tre moltiplicationi a punto, habbiamo ancora dall vna parte già detta; però tanto è quello, che resulta da 4. via 10. & 3. via 3. nell vna, quanto è quello, che resulta da 7. via 7. nell'altra; Che ciascun resultante è la somma di questi tre prodotti, 28. 12. 9. & fa 49.

Onde perche a 6. numero delle cose, che si piglia hora come quantità data, si giunge vna proposta, ch'è hora quel più di 6. che ci conuiene trouare, & la somma si moltiplica con essa quantità proposta, & questo deue fare, ò produrre 40. vediamo che se a questo 40. giungiamo il quad. della mità del 6. cioè il quad. di 3. ch'è 9. & fa 49. a questa somma douerà essere eguale il quad. della quantità composta dalla proposta, che si cerca hauer nota, & dalla mità del 6. cioè di 3. però esso quad. farà anch'egli 49. onde la quantità da che egli deriuua, farà 7. (*ch'è la rad. di 49.*) & questa è composta dalla, che chiamiamo proposta, & dal 3. mità del 6. per il che la sola proposta, che si cerca per numero, farà quello, che resta a cauare 3. da 7. cioè farà 4. & questo è quel più, in che la cosa vale più di 6. numero delle cose. Onde questo 4. giunto a 6. farà 10. per valore della cosa. Ouero perche del 49. detto, la R. ch'è 7. è composta dal 4. (*in che la cosa vale più di 6.*) & da 3. mità del 6. se ad esso 7. giungeremo l'altra mità di 6. cioè 3. ne resultará tutto il 10. ch'è valore della cosa, & però di qui pure, conosciamo che. Quando cosa, & numero sono eguali ad 1. 2; per trouare il valore della cosa, si hà da giungere il numero al quad. della mità del numero delle cose, & alla R. della somma giungere la mità del numero delle cose, che la somma farà il valore della Cosa.

Ancora in questo Capitolo, come nell'antecedente di 2, & cose eguali a numero, potremmo conf.



considerare, che la notizia del Valore della cosa, si hauesia sempre, che sapessimo formare, & dè-  
ruiare vn' Equatione, o Agguagliamento, doue da vna parte sia solo cose, & dall'altra solo nu-  
mero, o vogliamo dire, quantità libera da nome, o denominatione di dignità Algebratica; On-  
de in questo Capitolo di cose, & numero eguali a 2, per cercar modo di venir ad Agguagliamen-  
to tale doue si habbiam solo cose eguali a numero. Consideraremo, che essendo da vna parte  
2, ci conuertirà risurli a cose, o partendo per cose (ilche non furia a proposito, poiche douendo  
anco partirsi l'altra parte, cioè le cose, & numero per l'istesso partitore 1. cosa, ne verria numero,  
& rotto di numero, esimo di cose, che non è quantità libera) o pigliando la rad. quadra d'elli 2,  
che farà cose, & però si doueria anco pigliare la rad. delle cose, & numero dall'altra parte, ma ciò  
non si può fare, non si trouando quantità Algebratica, che moltiplicata in se stessa produca cose,  
perche numero via numero, fa numero, & cose via cose, fa 2; però conuiene far altra considera-  
tionē: Et perche nell'antecedente Capitolo habbiamo conosciuto, che quando il numero è da  
se, & le cose sono con li 2, all' hora con il giungere vn numero determinato (che si troua con l'ar-  
te mostrata) a ciascuna parte, si può poi delle somme da vna parte, & dall'altra pigliare la ra-  
dice quadra, & finalmente venire ad Equatione di cose, eguale a numero; noi potremo seruirci  
ancor qui di tal cognitione, & farà che hauendo poniamo 1. 2, eguale a 6. cose, p. 27. potremo ac-  
cioche il numero 27. resti solo; leuarle le 6. cose, & anco leuarle medesimamente 6. cose dall'altra  
parte (per leuare quantità eguali, di quantità eguali, accioche i rimanenti sia eguali fra loro)  
& poi haueremo 1. censo, in 6. cose, eguali a 27. Hora per trouare vna quantità, che moltiplica-  
ta in se stessa, produca l'1. censo in 6. cose. Sappiamo che  
ella deue essere composta dalla rad. d'1. 2, che è 1. 4, & da  
vn numero, che moltiplicato via essa rad. d'1. 2, cioè via 1.  
cosa, produca la metà delle in 6. 4, cioè produca in 3. 4; &  
per trouarlo, partiremo in 3. 4, che deue esser il prodot-  
to per 1. 4, che deue essere moltiplicante, & ne viene in 3.  
che farà la quantità, o numero da moltiplicare; & però  
giogendola, o accompagnandola all'1. 4 (rad. detta d'1.  
censo) farà 1. 4 in 3. & questa quantità moltiplicata in se stessa douerà produrre l'1. 2 in 6. 4; &  
anco di più il quad. di quel in 3. accompagnato alla rad. detta dell'1. 2, cioè ad 1. 4; ma il quad. di  
in 3. è p. 9. cioè 9. però moltiplicato vna cosa manco 3. in se stessa douerà produrre, o produrrà 1.  
2 manco 6. 4, p. 9. per ilche conbosciamo, che giogendo quel 9. ch'è quad. del 3. detto al numero  
27. (cosi come il medesimo 9. viene a giungere ad 1. censo, in 6. cose, formandone vn censo, in 6. cose,  
p. 9) & fr. 36. all' hora haueressimo 1. 2 manco 6. 4, p. 9. eguale a 36. onde la rad. dell'1. 2, cioè d'1. 2  
manco 6. 4, p. 9. qual rad. supoiamo essere 1. 4 manco 3. douerà essere eguale alla rad. dell'altra  
parte, haueremo 1. 4, eguale a 9. & però la cosa valerà 9. Et ben si vede, che cosi 1. 2, sarà eguale  
a 6. 4 p. 27. perche 6. 4, faranno 54. che con 27. di più fa 81. il che è a punto quanto 1. 2, cioè quan-  
to il quad. di 9. valore della 4, che anch'egli è 81. Et perche vediamo, che quando 2, sono  
eguali a 1, & numero, all' hora lassato il numero solo, leuando le 4 da ciascuna parte, che così ha-  
ueremo 2, poi 2 manco 4, eguali a numero, all' hora quella quantità, che moltiplicata in se stessa,  
doue produrre li 2 manco 4, sarà composta dalla rad. delli 2 (che però quando vi è solo 1. censo,  
essa sua rad. sarà solo 1. cosa) & da quel numero, che nasce a partire la metà delle manco 4, per  
essa rad. detta (che quando la rad. de' censi è vna cosa, cioè quando vi è solo 1. censo, all' hora esso  
auenimento è sempre la metà istessa del numero delle in cose) & questo composto di 4 manco nu-  
mero moltiplicato in se stesso, non solo produce li 2 manco 4, ma adeo di più produce il nume-  
ro, ch'è quad. del manco numero detto, ch'è con le 4 (o 1. cosa) d'essa quantità da adoperare co-  
me radice. Et perciò al numero solo, che habbiamo dall'altra parte, conuien giungere il detto  
quad. accioche la rad. della somma sia eguale alla quantità composta di 4 manco numero, che si  
pigliò; & vogliamo dire, ch'è rad. dell'altra parte. Onde poi habbiamo 4 manco numero, egua-  
li a numero, & però leuato il manco, cioè giunto il numero segnato con manco (che esso è sempre  
questo auenimento detto, che nasce a partire la metà delle in cose, per la rad. de' censi, & però quan-  
do vi è solo 1. censo, & che perciò la sua rad. è solo 1. cosa, all' hora esso auenimento è sempre la mi-  
tà del numero delle in cose) al numero, ch'è dall'altra parte, all' hora la somma sarà eguale alle 4.  
restante delle cose, & però haueremo 4 eguali a numero, onde partito essa somma, ch'è numero,  
per il numero delle cose, ne verrà il valore della cosa. Conosciamo, che la Regola vniuersalissi-  
ma di Censi, eguali a cose, & numero, potrà esser la seguente.

Quando Censi sono eguali a Cose, & numero, per trouare il valore d'vna Cosa. Partasi la mi-  
tà del numero delle Cose, per la rad. del numero delli Censi, & al quadrato dell'auenimento si  
giun-



giunga il numero della Equatione, & alla rad. della somma si giunga l'aumento detto, che nasce a partire la metà del numero delle Cose, per la rad. del numero de' Censi, & la somma si parta per la B. del numero de' Censi, che l'aumento sarà il valore d' i. Cosa.

Et anco riducendo prima la Equatione ad 1. z, che così la B. del numero de' z, sarà 1. (co'l quale 1. moltiplicato, o partito qual si vogli quantità ne nasce, o deriva sempre l'istessa quantità, cioè essa quantità per tale moltiplicatione, o partitione della unita non si muta) potremo poi abbreviando dare la Regola nel modo seguente.

Quando vn Censo, è eguale a Cose, & numero; per trouare il valore della Cosa; Aggiungasi il quadrato della metà del numero delle Cose, al numero della Equatione, & alla B. della somma si giunga la metà del numero delle Cose, che la somma sarà il valore d' i. Cosa.

Per essemplio hauendo 3. z, eguali a 10. x, p 48. o lassando la Equatione così, o riducendola ad 1. z, trouaremo come si vede in margine il valore della Cosa essere 6.

Ancora se come si fece nel Capitolo antecedente di z, & cose, eguali a numero, andremo considerando il semplice modo d'operare, quando si ha solo 1. z, eguali a cose, & numero (senza bauer risguardo ad altra sia antecedente deriuatione) vedremo che come nell'antecedente Capitolo si fece, potremo dare vn'altra Regola facile in questo Capitolo di z, eguale a cose, & numero, quando li z sono più, o manco di 1. o vogliamo dire siano quanti si vogliano vnuerfalissimamente, senza nominare reductione alcuna ad 1. z. Et potrà essere la seguente.

3. censi 10. cose, p 48. 3. cose 10. cose, p 48.  
3. censi, manco 10. cose. 10. cose, p 48.  
rad. 3. cose, manco rad. 8 1/2. 56 1/2. rad. 3. cose, manco rad. 8 1/2. 56 1/2.  
3. censi, manco 10. cose, p 8 1/2. 56 1/2. rad. 3. cose, manco rad. 8 1/2. 56 1/2.  
rad. 3. cose, manco rad. 8 1/2. 56 1/2. rad. 3. cose, manco rad. 8 1/2. 56 1/2.  
ne viene 1 3/4. giontoli 1. fa 1 3/4. che via rad. 1 3/4. che  
cioè rad. 3 3/4. che via rad. 1 3/4. che  
è quanto rad. 1 3/4. via rad. 1 3/4. fa rad. 108.  
rad. 3. cose. Eguale a rad. 108.  
1. cose. rad. 36. ch'è 6.

Quero riducendo la Equatione ad 1. Censo.

3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.

3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.  
3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.  
3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.

3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.  
3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.

3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.  
3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.

3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.  
3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.

3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.  
3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.

3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.  
3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.

3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.  
3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.

3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.  
3. censi 10. cose, p 48.  
1. censo 3 1/2. cose, p 16.

ne viene rad. 8 1/2. Il suo quad. è 3 1/4.  
che con 48. fa 56 1/2. la sua rad. è  
rad. 56 1/2. da giongere con rad. 8 1/2.

rad. 1 3/4. che via rad. 1 3/4. che  
ne viene rad. 1 3/4. cioè 1 3/4. giontoli  
1. fa 1 3/4. cioè rad. 3 3/4. che via rad. 1 3/4.

fa rad. 108.  
rad. 3. in rad. 108.  
ne viene rad. 36. cioè 6. qual 6.

è il valore d' i. Cosa.  
Quero senza ridurre ad 1. censo

ma operando alla similitudine della operatione, che si fa essendoui solo 1. censo.

3. censi 10. cose, p 48.  
via 5  
fa 55

144. prodotto di 48. numero della Equatione via 3. num. de' censi.

somma 169.  
la sua rad. è 13.

5 metà del numero delle cose.  
somma 18. partito per 3. num. de' censi.

ne viene 6. ch'è il valore d' i. cosa.

Quando Censi sono eguali a Cose, & num. per trouare il valore d' i. cosa. Moltiplicasi il numero della Equatione, per il numero de' Censi, & il prodotto si sommi con il quad. della metà del numero delle Cose, & alla rad. quad. della somma si giunga la metà del num. delle Cose, & la somma si parta per il num. de' Censi, che l'aumento sarà il valore d' i. Cosa.

Quando Censi sono eguali a Cose, & num. per trouare il valore d' i. cosa. Moltiplicasi il numero della Equatione, per il numero de' Censi, & il prodotto si sommi con il quad. della metà del numero delle Cose, & alla rad. quad. della somma si giunga la metà del num. delle Cose, & la somma si parta per il num. de' Censi, che l'aumento sarà il valore d' i. Cosa.

Quando Censi sono eguali a Cose, & num. per trouare il valore d' i. cosa. Moltiplicasi il numero della Equatione, per il numero de' Censi, & il prodotto si sommi con il quad. della metà del numero delle Cose, & alla rad. quad. della somma si giunga la metà del num. delle Cose, & la somma si parta per il num. de' Censi, che l'aumento sarà il valore d' i. Cosa.

Quando Censi sono eguali a Cose, & num. per trouare il valore d' i. cosa. Moltiplicasi il numero della Equatione, per il numero de' Censi, & il prodotto si sommi con il quad. della metà del numero delle Cose, & alla rad. quad. della somma si giunga la metà del num. delle Cose, & la somma si parta per il num. de' Censi, che l'aumento sarà il valore d' i. Cosa.

Quando Censi sono eguali a Cose, & num. per trouare il valore d' i. cosa. Moltiplicasi il numero della Equatione, per il numero de' Censi, & il prodotto si sommi con il quad. della metà del numero delle Cose, & alla rad. quad. della somma si giunga la metà del num. delle Cose, & la somma si parta per il num. de' Censi, che l'aumento sarà il valore d' i. Cosa.

Quando Censi sono eguali a Cose, & num. per trouare il valore d' i. cosa. Moltiplicasi il numero della Equatione, per il numero de' Censi, & il prodotto si sommi con il quad. della metà del numero delle Cose, & alla rad. quad. della somma si giunga la metà del num. delle Cose, & la somma si parta per il num. de' Censi, che l'aumento sarà il valore d' i. Cosa.

Quando Censi sono eguali a Cose, & num. per trouare il valore d' i. cosa. Moltiplicasi il numero della Equatione, per il numero de' Censi, & il prodotto si sommi con il quad. della metà del numero delle Cose, & alla rad. quad. della somma si giunga la metà del num. delle Cose, & la somma si parta per il num. de' Censi, che l'aumento sarà il valore d' i. Cosa.

Quando Censi sono eguali a Cose, & num. per trouare il valore d' i. cosa. Moltiplicasi il numero della Equatione, per il numero de' Censi, & il prodotto si sommi con il quad. della metà del numero delle Cose, & alla rad. quad. della somma si giunga la metà del num. delle Cose, & la somma si parta per il num. de' Censi, che l'aumento sarà il valore d' i. Cosa.



Che per essempio hauendo  $\frac{1}{2}$  eguale a 4 cose, p 28. operando conforme alla regola, trouaremo la cosa valere 14.

Habbiasi (*rad. 7. p 2.*) cose. Eguale a 14. cose, p rad. 175. m 10.

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 7 \\ \hline 49 \\ 15 \\ \hline 64 \end{array}$$

rad. 7. p 2.

rad. 1225.

3 125

m 2 0.

la rad. è 8

mità del numero delle cose.

5. è il prodotto.

rad. 7. p 2.

rad. 7. m 2.

partitore 3

simplice.

somma. 15. da partire per il numero de' censi.

5. via rad. 7. m 2. moltiplicante comune fa radice 175. m 10. & questo è il valore d'vna cosa.

Proua.

1. cosa vale rad. 175. m 10.

numero delle cose 14.

1. cosa, vale rad. 175. m 10.

rad. 175. m 10.

1. cento vale 275. m 70000.

via li censi. 2. p 7.

350. m 490000

cioè m. 7 0 0

ch'è m 150.

R. 7. in R.

70000. en.

tra radice

10000. cioè

100. volte,

però 2. via

R. 70000. è quato 200. via R. 7. ma R. 7. si ha da

moltiplicare via 275. onde capatone questo

200. resta 75. cioè R. 5625. che moltiplicato

via R. 7. fa R. 39375. & è p quale con il m. 150.

fa R. 39375. m 150. ch'è il valore de' censi, qua-

le è a punto eguale a R. 39375. m 150. valore delle 14. cose, p rad. 175. m 10. come conuiene,

Hora è bene, che lo studioso Lettore accortamente auertisca, che quando poco di sopra, nell'essempio d'1. z, eguale a 6. x, p 27. si disse, che ridotto ad 1. z, m 6. x, eguale a 27. si trouaua 1. quantità cōposta di x, & num. che moltiplicata in se stessa, producesse 1. z, m 6. x, & che trouata ella produrria anco di più il quad. del num. accōpagnato alle x di detta quantità da trouare, & che il num. delle x, era sēpre la rad. del num. de' z (cioè che la quantità delle cose era sēpre la rad. della quantità de' censi) & il num. accōpagnatoli era q̄llo, che deriuaua a partire la mità delle m x, per la R. detta de' z. Onde hauendo 1. z m 6. x, la quantità da trouarsi faria 1. x m 3. il prodotto della quale in se stessa è 1. z m 6. x, p 9. Onde d'1. z m 6. x, p 9, questa 1. x m 3. sarà la R. & che così poi haueressimo 1. z m 6. x, p 9. eguale a 27. p 9. cioè a 36. & però ancora pigliandone le rad. quadre, si haueria 1. x m 3. eguale a 6. Auertasi dico, che nell'hauere 1. z m 6. x, p 9. eguale a 36. & però dicendo, che la R. dell'vna quantità sarà eguale alla R. dell'altra, se bene non solo 1. x, m 3. ma anco 3. m 1. x, moltiplicati in se stessi producono 1. z m 6. x, p 9. nō poriammo in questo caso, o per seruitio di questo Capitolo dire, che 3. m 1. x, sia la quantità, che ci ha da seruire per R. dell'1. z m 6. x, p 9. poiche habbiamo veduto, che conuien sempre, che le x, siano la R. de' z, & d'1. z non può la R. essere m 1. cosa, se bene in compositione, cioè accōpagnato a qualche più maggiore di lui, all'hora m, via m, fa p; & che perciò si dicesse, che m 1. x, via m 1. x, producesse p 1. z, che questo faria rispetto alla compositione, che hauesse il manco con altro, o altri p di lui maggiori; ma considerato da se solo non si può dire, che manco 1. cosa, via manco 1. cosa, produca p 1. censi; come faria p 1. cosa, via più 1. cosa, cioè 1. cosa, via 1. cosa, che fa 1. z; Et se ben si vede, che essendo 1. cosa manco, & 1. cosa, quantità di diuersa significatione, non possono hauer per quadrato vna istessa quantità; cioè 1. z non può essere il vero quadrato così d'1. cosa, come di manco 1. cosa; Et che p 1. cosa, & manco 1. cosa, siano quantità diuersa, & non eguali; & che perciò i quadrati loro siano diuersi, & non eguali (se bene comunemente si dice, che p 1. cosa, via p 1. cosa, fa più 1. censi, & che anco manco 1. cosa, via manco 1. cosa, fa più 1. censi, cioè che p via p, & anco manco via manco, fa p) facilmente si conosce, considerando che quando 1. cosa, fusse eguale a manco 1. cosa, all'hora giungendo a ciascuna vna quantità istessa, ouero quantità egua-



ta eguali fra loro, poniamo 10. ne seguiria, che 10. manco 1. cosa, somma da vna parte, fusse egua-  
 le a 10. p̄ 1. cosa somma dall'altra, & che perciò 100. manco 10. x, p̄ 1. z, quadrato dell'vna, fusse  
 eguale a 100. p̄ 20. x, p̄ 1. z, quadrato dell'altra; il che è abordo, vedendosi pure, che questi qua-  
 drati sono differenti fra loro. & che il maggiore supera il minore in 40. cose. Ma di questo più,  
 & manco, tratteremo a bastanza in altro luogo, che hora si auertisce il Lettore, che in queste  
 Equationi del presente Capitolo, non pigli il 3. manco 1. cosa, cioè numero manco cosa, per ra-  
 dices, da seruirsi a dire ella essere eguale alla rad. del numero, che si hauerà dall'altra parte, per-  
 che non trouerebbe altrimenti il valore della Cosa; Che per esemplo in questa Equatione,  
 d 1. z. eguale a 6. x, p̄ 27. & però d'1. z. manco 6. x, p̄ 9. eguale a 36. se dicesse la rad. d 1. z. manco  
 6. cose, più 9. essere 3. manco 1. cosa, & que-  
 sto essere eguale a 6. (radice di 36.) all'ho-  
 ra se per leuare il manco, dall'altra parte,  
 aggiugnessimmo communmente 1. cosa, ha-  
 ueressimo poi 3. eguale a 6. più 1. cosa, & le-  
 uando 3. da ciascuna parte, haueressimo 0.  
 cioè niente eguale a 3. più 1. cosa; ò voglia-  
 mo dire ad 1. cosa più 3. Cioè niente, sareb-  
 be tanto quanto 1. cosa più 3. il che è abfor-

poriamo vedere, quanto vagli la cofa; Et quando, dicendo pure 3. manco 1. cofa, eſſe eguale a 6. leuaſſimo 3. da ciaſcuna parte, haueremo poi manco 1. cofa, eguale a 3 il che pure è abſordo, & ſe bene non fuſſe abſordo non ci può dar cognitione del valore della cofa, che hà da eſſere 9. per ſi ſia acco. ſo in ſimili occorrenze a non pigliare errore. Del che anco ſi è notato in margine il ſequent eſſempio di 4. cofe, eguali a 20. cofe, più 56. doue la cofa vale 7.

4. cenfi. 20. cofe, più 56. 56. Ma per altra causa ancora potremmo facilmente mostrare, che nel nostro caso d' 1. cenfo, eguale a 6. cofe, più 27. & però d' 1. cenfo, manco 6. cofe, eguale a 27. & però d' 1. cenfo manco 6. cofe, più 9. eguale a 36. non può d' 1. cenfo manco 6. cofe, più 9. effere la rad. 3. manco 1. cofa; perche confiderando, che nel dire 1. cenfo eguale a 6. cofe, più 27. fi vede, che 1. cenfo, è maggior quantità di 6. cofe, & che perciò da 1. cenfo, fi pollono leuare le 6. cofe, & che il refte è ancora 27. cioè eguale a 27. Et conofcendo, che a multiplicare 1. cofa, via 1. cofa, produce 1. cenfo; & che perciò, che a partire 1. cenfo, più 1. cofa, ne viene 1. cofa; Effendo 6. cofe, minor quantità d' 1. 3. conuerrà anco, che a partire effe 6. 3., per l'ifteffo partitore 1. cofa, ne venga manco, che a partire 1. 2., ma a partire ne viene 1. cofa; & a partire 6. cofe, ne vien 6., però 6. farà manco d' 1. cofa; ma fe 6. è manco d' 1. cofa, tanto più 3. mità del 6. farà manco d' 1. cofa; & però douendo effere 1. cofa, maggior quantità, che non è 3. conueni cauare il 3. da 1. cofa, & dire 1. cofa manco 3. Et non fi può altrimenti in quefto cafo cauare l' 1. cofa da 3. cioè vna quantità grande da vna minore di lei, dicendo 3. manco 1. cofa; perche il refte in quefto cafo faria manco di niente; & perciò non potria fernire per rad. d' 1. cenfo manco 6. cofe, più 9. ch' è quantità reale di qualche valore. Quefto ifteffo conofceremo, confiderando, che nel difcorfo fatto in quefto Capitolo di 1. cenfo, eguale a cofa, & numero nel principio, habbiamo veduto, che il valore della cofa, conueniene che fempre fia maggiore del numero delle cofe, che fono in effo; ma il 3. che come parte di che fi compone la rad. detta, fi accompagna ad 1. cofa, è fempre la mità del numero d' effe cofe della Equatione, & però tanto più il valore della cofa, farà maggiore di 3. cioè il 3. minore d' 1. cofa, onde conuerrà, che l' 1. cofa, fia la quantità maggiore della rad. da che fi caua quefto 3. come quantità minore di lei. Bene è vero, che in tutti i cafi doue 1. cofa, doueffe effere minore di 3. cioè doue la cofa doueffe valere manco di 3. fi diria la rad. d' 1. cenfo, manco 6. cofe, più 9. effere 3. manco 1. cofa; anzi non fi potria dire altrimenti, & però faria errore il dire, che detta rad. fuffe 1. cofa manco 3. perche quefto dire 1. cofa manco 3. fignificaria, che 1. cofa fuffe maggiore, o valeffe più di 3. ch' è contro il fuppofto. Et quando la Cofa valeffe a punto 3. tanto faria 1. cofa manco 3. quanto 3. manco 1. cofa, poiche cofi quefto, come quefto faria 3. manco 3. cioè 0. Et però effendo le radici 0. conuerria, che anco la quantità di che ellè faffero radici; cioè 1. cenfo, manco 6. cofe, più 9. fignificaffe anch' ella 0. cioè niente.

Ec



Et ben si vede  $9. \text{m} 13. \text{p} 9.$  che faria l'  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  essere, ò significare o. onde conosciamo, che a volere determinare se di  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  (ò simili quantità Algebratiche doue le cose sono segnate co' l'  $\text{m}$ ) la  $\text{Bx}$  sia  $1. \text{z} \text{m} 3.$  ò  $3. \text{m} 1.$  ò possa essere l'vno, & l'altro a nostra voglia; conueniente sapere se la  $+$  vale più, ò manco di quel  $3.$  Che se la  $+$  valerà più del  $3.$  conuerà dire, che la  $\text{Bx}$  di detta quantità sia  $1. \text{z} \text{m} 3.$  ue si può dire altramente. Ma se sapremo la  $+$  douer valere manco d'esso  $3.$  conuerà dire, che la  $\text{Bx}$  di detta quantità sia  $3. \text{m} 1.$  ò si potrà dire altramente. Et quando la  $+$  venisse a valere a punto quanto quel  $3.$  all' hora la quantità proposta da pigliarne la  $\text{Bx}$ , faria, ò significaria niente, & però anco la sua  $\text{Bx}$  faria niente, & si potria dire, che essa  $\text{Bx}$  fusse  $1. \text{z} \text{m} 3.$  ouero  $3. \text{m} 1.$  ò come ci piacesse.

Auertiremo ancora, che hauendo queste due quantità  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  Et  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  quali quanto alla scrittura sono vna istessa, elle possono essere eguali fra loro, cioè significare, ò valere vna medesima quantità, & possono ancora essere ineguali, cioè significare diuerse quantità. Et ben vediamo, che se la  $+$  nell' vna si pone valere  $10.$  & nell' altra  $4.$  all' hora l' vna faria  $100. \text{m} 60. \text{p} 9.$  cioè  $49.$  Et l' altra faria  $16. \text{m} 24. \text{p} 9.$  cioè  $1.$  Et anco significaria il medesimo  $1.$  se la  $+$  si ponesse valere  $2.$  perche significaria  $4. \text{m} 12. \text{p} 9.$  il che occorre, poiche così il  $2.$  come il  $4.$  sono egualmente lontani dal  $3.$  ch' è quel valore della  $+$ , che fa significare o. cioè niente, la quantità detta, & si troua questo  $3.$  dicendo  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  è eguale a o. cioè  $1. \text{z} \text{p} 9.$  è eguale a  $6. \text{z}$ , si domanda il valore della cosa?

Ma di questo Capitolo di  $\text{z}$ , & num. eguale a  $+$ , non si è ancor parlato; Ouero dicendo, Vogliamo che  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  sia eguale a niente; però d'essa quantità quadrata, la sua  $\text{Bx}$ , cioè  $1. \text{z} \text{m} 3.$  sarà eguale alla  $\text{Bx}$  di o. cioè anch' ella a o. Onde per leuare il  $\text{m} 3.$  giungendo comunemente  $3.$  all' hora  $1. \text{z}$ , sarà eguale a  $3.$  & però la  $+$  valerà  $3.$  Et se anco hauesimo preso per  $\text{Bx}$  d'essa quantità  $3. \text{m} 1.$  che faria anch' ella niente, ò eguale a niente, all' hora giungendo comunemente  $1. \text{z}$ , per leuare il  $\text{m}$ , hauresimo pure  $3.$  eguale a  $1. \text{z}$ , & così la  $+$  valeria  $3.$  qual  $3.$  quando il numero de'  $\text{z}$  della quantità quadrata, che habbiamo è  $1$  sarà sempre la  $\text{Bx}$  del numero, ch' è in essa quantità; ouero, ch' è l'istesso, sarà la metà del numero delle  $+$ , che sono in essa quantità; perche sempre la metà del numero delle  $+$ , sarà la  $\text{Bx}$  del numero detto di detta quantità, che di  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  ben si vede, che nella sua  $\text{Bx}$   $1. \text{z} \text{m} 3.$  ouero  $3. \text{m} 1.$  il  $3.$  è la  $\text{Bx}$  del  $9.$  deriuando il  $9.$  da esso  $3.$  moltiplicato in se stesso; & il medesimo  $3.$  è la metà di  $6.$  numero delle  $+$ , poiche esso  $6.$  deriuu dal doppiare il dutto d'  $1.$  (rad. del numero de' centi) via il  $3.$  che produce l'istesso  $3.$  & però doppiato fa il  $6.$  Et così nell'  $1. \text{co} \text{m} 3.$  come nel  $3. \text{m} 1.$  habbiamo veduto, che quel  $3.$  mostra il valore della  $+$ ; quando nella nostra quantità  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  le  $6. \text{z}$  non eccedino, ne siano eccedute dall'  $1. \text{z} \text{p} 9.$  cioè che tanto importi l'  $1. \text{z} \text{p} 9.$  quanto le  $6. \text{z}$ , che se n' hanno da cauare, & che perciò la total quantità venga ad essere o. ò vogliamo dire niente. Et sempre che pigliaremo di num. ò quantità, egualmente distanti da questo  $3.$  l'vno, & l'altro potrà essere il valore della  $+$ , nel tornare la quantità detta, che vagli, ò significhi vn medesimo numero, & però  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  tanto importerà  $4.$  valendo la  $+$   $5.$  quanto valendo la  $+$   $1.$  Et tanto importerà  $6 \frac{1}{4}$  valendo la cosa  $5 \frac{1}{4}$  quanto valendo la  $+$   $\frac{1}{4}$ . Et la causa è, che quando la  $+$  vale  $\frac{1}{4}$  all' hora  $\frac{1}{4}$  co. è quanto  $1. \text{z}$ ; perche il  $\text{z}$  si ha a moltiplicare questo  $\frac{1}{4}$  via  $\frac{1}{4}$ . Onde  $1. \text{z} \text{p} 9.$  è quanto  $\frac{1}{4}$   $1. \text{z} \text{p} 9.$  Et dalle  $6.$  cose, leuati  $\frac{1}{4}$  cioè  $\frac{1}{4}$  cose, resta  $5 \frac{1}{4}$  co. che vagliono  $\frac{1}{4}$  ciascuna di loro, onde il loro valore si ha moltiplicato  $5 \frac{1}{4}$  via  $\frac{1}{4}$  che fa  $2 \frac{3}{4}$ ; & questo cauato dal  $9$  resta  $6 \frac{1}{4}$  per il valore dell'  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  Cioè nelle  $\text{m} 6. \text{co}$  oltre l'equiparare l'  $1. \text{z}$  con l'  $\frac{1}{4}$  co. restano anco  $\text{m} 5 \frac{1}{4}$  co. cioè  $5 \frac{1}{4}$  co. da cauare dal  $9.$  per vedere di quanto esso  $9.$  le supera, ch' è quel medesimo in che l'  $1. \text{z} \text{p} 9.$  supera le  $6. \text{co}$ ; & però è quello, ch' è significato della total quantità  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  Ma quando la co. vale  $5 \frac{1}{4}$ . (che è il restante dell'  $\frac{1}{4}$  primo valore, cauato da  $6.$  numero delle co.) all' hora l'  $1. \text{z}$  vale  $5 \frac{1}{4}$  co. perche il  $\text{z}$  è  $5 \frac{1}{4}$  via  $5 \frac{1}{4}$ ; & la co. è  $1.$  via  $5 \frac{1}{4}$ ; e però le  $5 \frac{1}{4}$  co. sono anch' ella  $5 \frac{1}{4}$  via  $5 \frac{1}{4}$ ; onde  $1. \text{z} \text{p} 9.$  è quanto  $5 \frac{1}{4}$  co.  $\text{p} 9.$  però vi resta solo  $\frac{1}{4}$  co. da cauare da  $9.$  ma questo  $\frac{1}{4}$  co. si troua (cioè il valore d'esso  $\frac{1}{4}$  co.) moltiplicando  $\frac{1}{4}$  via  $5 \frac{1}{4}$ . (valore d'  $1. \text{co}$ ) che fa  $2 \frac{3}{4}$ ; come anco era il valore delle  $5 \frac{1}{4}$  co. restanti nell' altra valuta della co. che era  $\frac{1}{4}$ . Et perche tanto si produce il  $2 \frac{3}{4}$  da  $\frac{1}{4}$  via  $5 \frac{1}{4}$  nell' vn caso, quanto da  $5 \frac{1}{4}$  via  $\frac{1}{4}$  nell' altro, cioè tanto importa, hauere  $5 \frac{1}{4}$  co. a  $\frac{1}{4}$  per co. quanto ha uere  $\frac{1}{4}$  co. a  $5 \frac{1}{4}$  per co. ne segue che tanto resta a cauare il  $2 \frac{3}{4}$  trouato con il valore della co.  $\frac{1}{4}$  da  $9.$  quanto resta a cauare il  $2 \frac{3}{4}$  trouato co' il valore della co.  $5 \frac{1}{4}$  dal medesimo  $9.$  ma quel restante mostra il valore della quantità  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  valendo la co.  $\frac{1}{4}$ ; & questo restante mostra il valore della medesima quantità  $1. \text{z} \text{m} 6. \text{p} 9.$  valendo la co.  $5 \frac{1}{4}$ . però tanto è il valore di detta quantità quando la co. vale co.  $\frac{1}{4}$  quanto quando la co. vale  $5 \frac{1}{4}$ ; che questi  $5 \frac{1}{4}$  &  $\frac{1}{4}$  essendo egualmente distanti dal  $3.$  metà di  $6.$  cioè l'vno tanto maggiore della metà di  $6.$  quanto l'altro è minore della medesima metà, vengono in somma a fare tutto il  $6.$  Et così sempre che di due numeri siano egualmente distanti dalla metà d'alcun numero, poniamo dalla metà di  $6.$  la somma d'essi due numeri

meri



meri sarà il detto numero. Et conuersamente, quando diuideremo alcun numero in due parti come si vogliono, sempre elle disaranno egualmente dalla mità d'esso numero l'una cioè la maggiore in superare essa mità, & l'altra, cioè la minore in esser superata dalla medesima mità.

Et notifi, che quando anco la quantità d'1. ce. in 6. co. p. 20. numero, che hauesimo non fusse quadrata, come faria poniamo 1. ce. in 6. co. p. 20. auerrà pure, che presa non la R. del numero, che non sarà più la mità del numero delle co. ma presa la mità del numero delle co. cioè hora 3. & tolti dui numeri egualmente distanti da esso 3. o vogliamo dire, *(che risulta l'iste/so)* diuiso il 6. numero delle co. in due parti come si vogli, & presa ciascuna d'esse per valuta delle co. tanto importerà la quantità detta 1. ce. in 6. co. p. 20. valutando la co. con l'una parte del 6. quato con l'altra; che se lo diuideremo in  $\frac{1}{2}$ , & in  $\frac{1}{2}$ , ella valutando la co.  $\frac{1}{2}$ , sarà  $\frac{1}{2}$  in 3. p. 20. cioè 17  $\frac{1}{2}$ . Et valutando la co.  $\frac{1}{2}$ , ella sarà 30  $\frac{1}{2}$  in 33. p. 20. cioè il medesimo 17  $\frac{1}{2}$ . Et questo auuene per la istessa ragione detta, che essendo nell'vno, & nell'altro modo 1. ce. in 6. co. quanto a dire in 3. cauando esso 2  $\frac{1}{2}$  da 20. così per rispetto della valuta d'  $\frac{1}{2}$ , per co. quanto per rispetto della valuta di 5  $\frac{1}{2}$ , per co. cioè cauandone vn medesimo numero, è necessario, che resulti anco vn medesimo restante. Ma quel 3. cioè quella mità del 6. numero delle co. che sono nella quantità 1. ce. in 6. co. p. 20. non sarà già valuta della co. che facci essere niente essa quantità, o vogliamo dire, che riduca l'1. ce. p. 20. ad essere eguale alle 6. co. che se ne deuono cauare; ma il modo di trouare essa valuta d'1. co. che facci tale effetto, quando si può *(che non si potrà quando come bona il 20. numero è maggiore di 9. quadrato di 3. mità del numero delle co.)* si tratterà nel Capitolo suo proprio di ce. & numero equali a co. 10. Et se la quantità quadrata fusse stata poniamo 4. ce. in 20. co. p. 25. a vedere quanto valera la cosa, accioche ella sia 0. cioè accioche tanto importi li 4. ce. p. 25. quanto le meno 20. co. o vogliamo dire, quanto le 20. co. che se ne cauano; hauesimo detto, che anco la sua R. cioè 2. co. meno 5. Ouero 5. meno 2. co. deua essere 0. & però hauendo 2. co. meno 5. eguale a 0. cioè 2. co. eguale a 5. la cosa valera 2  $\frac{1}{2}$ . *(Et bene naturalmente si vede, che douendo 2. co. meno 5. essere in somma 0. conuiene che tanto importino le 2. co. quanto il meno 5. cioè quanto il 5. che se n'ha da cauare, & che perciò la cosa, ch'è la mità di 2. co. importi la mità di 5. cioè 2  $\frac{1}{2}$ .)* Et hauendo detto 5. in 2. co. essere eguale a 0. cioè pur 5. eguale a 2. co. pure la co. valeria 2  $\frac{1}{2}$ , & così li 4. ce. in 20. co. p. 25. faranno 5. in 50. p. 25. cioè tato importarli 4. ce. p. 25. quato le 20. co. Et a qsto 2  $\frac{1}{2}$ . *(valore della co. q. d'1. co. d'1. quantità totale significa 0.)* cauato. & giuto vn medesimo numero, o quantità, il restante, & anco la somma, faranno dui numeri, o quantita, che pigliati per valore della co. tanto significara la totale quantita con l'una valuta della co. maggiore di 2  $\frac{1}{2}$ , quantita con l'altra, nell'istesso numero minore di 2  $\frac{1}{2}$ . & però se la co. si dica valere 3. ouero 2. *(che sono egualmente distanti da 2  $\frac{1}{2}$ .)* la quantità detta significara 36. in 60. p. 25. ouero 16. in 40. p. 25. cioè 1. nell'vno, & nell'altro modo; L'istesso anco si trouaria riducendo la quantita quadrata, che si hauesse ad 1. ce. che douentaria 1. ce. meno 5. co. p. 6  $\frac{1}{2}$ . & però la mita di 3. numero delle co. cioè 2  $\frac{1}{2}$ , ch'è anco R. quadra del 6  $\frac{1}{2}$ . numero, che si troua in essa quantita quadrata, darà quel valore della co. che faria essere eguale le co. al ce. & numero, cioè faria significare la quantita quadrata detta, a punto 0. Et anco l'istesso 2  $\frac{1}{2}$ , faria quello al quale li numeri egualmente distanti presi per valuta della co. fariano significare la quantita detta vn numero medesimo. Et così conosciamo, che quando questa quantita 1. ce. meno 6. co. p. 9. deue essere 4. la sua R. douera essere 2. ma ponendola 1. co. meno 3. questo faria eguale a 2. & però conuerra, che co. vaglia 5. accioche 1. co. meno 3. cioè 5. meno 3. facci 2. & valendo la co. 5. all'hora 1. ce. meno 6. co. p. 9. faria 25. meno 30. p. 9. cioè 4. come bisogna; & però quando 1. ce. meno 6. co. più 9. deue essere 4. la co. valera 5. & il ce. valera 25. Ma se hauesimo posto la R. d'esso 1. ce. meno 6. più 9. essere 3. meno 1. co. perche questo è quanto 2. rad. di 4. quale vogliamo sia il valore di detto 1. ce. meno 6. co. più 9. all'hora, accioche 3. meno 1. co. sia 2. conuerra, che la co. vagli 1. & 3. meno 1. co. significara 3. meno 1. & così valendo la co. 1. all'hora 1. ce. meno 6. co. più 9. faria 1. meno 6. co. più 9. cioè pure 4. come bisogna di modo, che vediamo, che queste due quantita 1. ce. meno 6. co. più 9. & 1. ce. meno 6. co. più 9. possono essere eguali, significando ciascuna d'esse 4. & nondimeno la co. hauere due diuerse valute, cioè valere 5. *(Et all'hora si diria la sua rad. essere 1. co. meno 3.)* & anco valere 1. & all'hora si diria la sua R. essere 3. meno 1. co. Che queste due sue radici 1. cosa meno 3. & 3. meno 1. co. sono bene di necessita eguali fra loro, essendo ciascuna d'esse R. d'vna medesima quantita, o di quantita eguali; volendo che ciascuna d'esse due quantita significhi 4. & di 4. la R. non può essere se non 2. & però 2. sarà così 1. co. meno 3. come 3. meno 1. co. Ma nondimeno la valuta della cosa in l'vna, sarà diuersa dalla valuta della co. nell'altra; perche nel dire 1. co. meno 3. conuiene che la co. vagli più di 3. accioche da 1. co. si possa cauare 3. Et nel dire 3. meno 1. co. conuiene, che la co. vagli meno di 3. accioche 1. co. si possa cauare da 3. Ma notifi, che se bene sappiamo, che 1. co. meno 3. deue essere sempre eguale a 3. meno 1. co. pigliandole sempre

E come



come radici d'una medesima quantità. ( & dicendosi della medesima quantità essere 4. ciascuna d'esse due pigliata per sua radice, douerà essere 2. ) dal dire, che 1. co. meno 3. è eguale a 3. meno 1. co. non potiamo già conoscere quanto vaglia ne la quantità 1. co. meno 6. co. poi 9. ne meno la 1. co. meno 3. ne la 3. meno 1. co. ne quello che vagli la co. in alcuna d'esse; perche con 1. co. meno 3. & 3. meno 1. co. venendo alla operatione, leuando il meno da ciascuna parte, gioggendoli comunemente 1. co. più 3. hauremo poi 2. co. eguali a 6. & però la co. valerebbe 3. Cioè quanto è quel numero, che in 1. co. meno 3. o in 3. meno 1. co. è nominato, il che non ci serue a niente; non volendo egli perciò significare, che nella quantità 1. co. meno 6. co. più 9. la co. vagli 3. perche essa quantità saria così come o ancora saria 3. meno 1. co. & 1. co. meno 3. Vuol ben significare, che a volere che la co. in ciascuna delle tre quantità dette, sia d'un istesso valore (come può essere) conueniene che in ciascuna d'esse ella vagli 3. ma che all' hora auerrà, che ciascuna d'esse tre quantità vagli o & che perciò non solo ciascuna delle due quantità 3. in 1. & 1. in 3. siano eguali fra loro, ma che anco siano eguali all' 1. & in 6. & p. 9. di che ciascuna d'esse è 3. Onde il sapere, che 1. & in 3. è quanto 3. in 1. & non ci serue a trouare il valore della x, ma a conoscere che la x nell'vna, cioè in 1. & in 3. è necessario, che vagli più di 3. & che nell'altra 3. in 1. è necessario, che vaglia manco di 3. & che consequentemente nella quantità 1. & in 6. & p. 9. la x possa hauere due valute, & che l'vna sarà più di 3. & l'altra sarà manco di 3. & che quando essa valuta della x, ha da essere più di 3. all' hora la sua 3. in 1. & in 3. ci seruirà a trouarla, paragonandola alla rad. d'alcun numero, o quantità a che 1. & in 6. & p. 9. si sapete essere eguale; Ma quando essa valuta della x, ha da essere manco di 3. all' hora la sua 3. in 1. & in 3. ci seruirà a trouarla, paragonandola medesimamente alla 3. d'alcun numero, o quantità a che 1. & in 6. & p. 9. si sapete essere eguale; Cioè conosciamo, che 1. & in 3. & anco 3. in 1. & sono bene eguali fra loro, essendo radici d'una istessa quantità, o di quantità eguali. ( & ciascuna d'esse valerà 2. quando la quantità di che esse sono radici significhi 4. & però l'vna significarà 5. in 3. & l'altra 3. in 1. ) ma che non possono già con vna istessa valuta della x, seruire ciascuna d'esse per radice a detta quantità, quale può hauere due quantità diuerse per valuta della x ( che significando 4. può in essa la co. valere 5. & anco valere 3. ) & che perciò l'vna, cioè 1. & in 3. doue si vede la x douer valere più, che nell'altra 3. in 1. & doue si vede la co. douer valere manco di 3. ( & perciò manco che non vale nell' 1. co. in 3. ) quando la valuta della x, non arriua a 3.

Et passando al Capitolo di Cose, eguali a Censo, & numero. Poniamo che 6. x, siano eguali ad 1. & p. 40. Discorrendo intorno a quello, conosceremo che il valore della Cosa, conueniene che sia manco del numero delle x, che hora è 6. perche se lo ponessimo essere l'istesso 6. all' hora il z faria 6. volte 6. cioè 36. & anco le 6. x, fariano 6. volte 6. cioè l'istesso 36. onde il valore delle 6. x, arriua solo al z, & però non potria equipararsi, & all' 1. z, & al 40. di più, ch'è con l' 1. z. Et se ponessimo il valore della x, essere più di 6. ( numero d'esse ) poniamo 8. all' hora il z faria 8. volte 8. cioè 64. & le 6. x, fariano solo 6. volte 8. che fa manco di 8. volte 8. però il valore delle x, non solo non solo arriua alla quantità d' 1. & p. 40. ma ne manco arriua al valore d' 1. z solo, che faria 64. Concludiamo dunque, che il valore della x, deue essere manco di 6. numero delle x. Hor poniamo che sia 4. all' hora il z, faria 4. volte 4. o vogliamo dire quanto importa 4. x, cioè 16. & le 6. x, fariano 6. volte 4. ( che fa 24. ) cioè 2. volte 4. di più, che non faria l' 1. z. ( cioè l' 1. co. importaria tanto con quanto è il 4. numero, che diciamo essere valore della co. & le 6. co. importariano tanto più dell' 1. co. quanto è il valore delle 2. co. che restariano dalle 6. co. cauato le 4. co. per il 4. detto. ) Et questo 2. volte 4. cioè 8. quando fusse eguale a 40. numero accompagnato all' 1. z, all' hora si concluderia, che veramente la x valesse 4. ma questo 2. volte 4. cioè 8. non arriua al 40. però il valere della x non può essere 4. Di qui veniamo ad accorgerci, che il valore della x, deue essere vn numero tale, che leuato dal 6. numero delle x, & quello che resta multiplicato per il numero istesso, che ha da essere il valore della x, facci, o produca a punto il numero, ch'è accompagnato all' 1. z, poiche se diciamo la x, valeria 4. all' hora 4. x, vagliono quanto 1. z, & però per leuare 1. z dalle 6. x, conueniene leuarne 4. x ( che il 4. numero delle 4. co. che se ne leuano per l' 1. co. è mostrato dal 4. detto, che si finge essere valore della co. ) & dalle 6. x, leuandone 4. x, restano 2. z, cioè dal 6. numero delle co. leuando il 4. numero, che si finge valere la co. resta 2. & il valore di queste 2. co. restanti, si troua multiplicando esso 2. numero delle co. restanti ( cioè il 2. che resta in cauare 4. valore della co. da 6. numero delle co. ) via 4. valore della co. ( cioè via il 4. che cauassimo dal 6. numero delle co. ) & perche le 6. co. sono quanto l' 1. co. & il 40. numero accompagnato li ( dicendosi che 6. co. sono eguali ad 1. co. p. 40. ) conueniene che se le 4. co. leuate importano, o equiparano l' 1. z, conueniene dico, che all' hora le 2. restanti co. importino il 40. ch'è con l' 1. z, cioè conueniene, che il 2. restante del 6. numero delle co. multiplicato per il 4. detto, cauato dal 6. produ-

ca il



ci il numero, & perche questo 4. finto valore della co. & il 2. che resta, cauando'o dal 6. numero, delle co. compongono il 6. numero delle co. & però veugono ad essere parti del 6. numero delle co. & essi 4. & 2. multiplicati insieme deuono formare prodotto eguale al 40. numero accompagnato all'1. z. veniamo ad accorgerci, che l'inuentione del valore della co. si viene a ridurre a questo che dica. Diuidasi 6. (*numero delle co.*) in due parti tali, che l'vna multiplicata nell'altra produca 40. (*numero accompagnato all'1. co.*) Onde hora consideremo, che queste due parti del 6. sono eguali fra loro (*cioè che a ciascuna sia 3. metà del 6.*) ouero ineguali; se fossero eguali il loro prodotto 9. doueria essere eguale al 40. numero detto, accompagnato all'1. z. (*& ali hora il valore della co. faria a punto 3. metà del 6. numero delle co.*) ma questo 9. prodotto di 3. via 3. non è eguale al 40. però le due parti del 6. hora non possono essere eguali fra loro. Poneremo dunque, che siano ineguali, cioè vna più di 3. metà del 6. & l'altra manco di 3. metà del 6. che così l'vna sarà tanto minore di 3. quanto si ponerà essere l'altra maggiore del 3. & per trouare queste parti, ci andremo ingegnando di trouarui regola, supponendo di non saperne alcuna, ne hauerà altra cognitione di Mathematica, che la naturale (*poiche così conuiene procedere a chi vuole dal fonte naturale derivare la Scienza, o Dottrina, & non pigliarla impresto dall'altri, o da gl'Autori, o Scrittori, che si possono perdere, o non s'intendono se non da chi è pratico nelle dimostrazioni Mathematiche*) però seruendosi solo della istessa cognitione, che sin hora habbiamo nell'Algebra, poniamo, che quel più in che la parte maggiore supera il 3. metà di 6. ouero che quel manco in che la parte minore è manco di 3. metà del 6. sia 1. co. onde la parte maggiore faria 3. p. 1. co. & la minore 3. m. 1. co. Queste due parti ineguali multiplicaremo insieme, & proditecon 9. m. 1. z. & questo deue essere il 40. o vogliamo dire eguale a 40. volendo noi, che le due parti del 6. multiplicare insieme facciano 40. però haueremo 9. m. 1. z. eguale a 40. & leuando il m. cioè giogendo 1. z. a ciascuna parte haueremo 9. eguale a 1. z. p. 40. & leuando 9. comunemente da ciascuna parte, haueremo 1. z. p. 31. eguale a 0. cioè a niente; pilche vediamo, che qsta agguagliatione è impossibile, come anco conosciamo, che non è possibile, che solo 9. sia eguale ad 1. z. p. 40. poiche il 40. (*parte della quantità 1. co. più 40.*) da se è maggiore del 9. ch'è l'altra quantità, ne può essere vn 9. numero piccolo eguale ad 1. numero maggior di lui; non che ad vn numero maggiore di lui, & ad 1. z. di più, che pure può essere qualche cosa, ma il 9. è il prodotto, che nasce a multiplicare le due parti eguali del 6. numero delle co. fra loro; o vogliamo dire è il quad. della metà del numero delle co. & il 40. è il numero che nella nostra principale equatione è accompagnato all'1. z. però conosciamo, che quando il quad. della metà del numero delle co. è superato dal numero accompagnato all'1. z. all'hora il quesito è irrisolubile, o impossibile; cioè non si può diuidere il 6. in due parti tali, che il prodotto loro sia 40. & consequentemente non si può dire, o non può essere, che 6. co. siano eguali ad 1. z. p. 40. Et quando il numero hora accompagnato all'1. z. fusse solo 9. cioè che si dicesse 6. co. eguali ad 1. z. p. 9. all'hora ci bisognaria diuidere 6. numero delle co. in due parti tali, che il loro prodotto fusse 9. & perche la metà di 6. ch'è 3. multiplicata in se stessa, o via altra metà 3. fa a punto questo 9. conosciamo, che le parti del 6. sono 3. & 3. & però potremo dire, che il valore della co. è 3. perche così delle 6. co. le 3. co. saranno eguali ad 1. z. & importeranno 9. & l'altre 3. co. saranno eguali al numero 9. accompagnato all'1. z. & importeranno anch' elle 9. & però tanto sarà il valore dell'1. z. quanto è il 9. accompagnato, cioè così l'1. z. come il 9. valeranno quanto 3. co. metà delle 6. co. Per il che conosciamo, che quando a multiplicare la metà del numero delle co. (*che hora le co. sono 6. & la metà d'esso num. è 3.*) in se stessa, o vogliamo dire via l'altra metà (*ch'è quanto a dire il quad. della metà del numero delle co.*) produce a punto il numero della equatione, ch'è accompagnato all'1. z. all'hora il valore della co. è sempre la metà del numero d'esse co. (*che perciò hora sarà 3. metà del 6.*) Ma consideriamo ancora mediante quello, che sono ad hora sappiamo, se il 6. (*numero delle cose*) si possa diuidere in due parti ineguali, il prodotto delle quali fusse l'istesso 9. quadrato della metà del medesimo 6. Quando il 6. si supponesse diuiso in due parti ineguali, poniamo che la differenza di ciascuna d'esse al 3. metà del 6. fusse 1. co. (*il valore della quale 1. co. andremo poi trouando col modo di sopra mostrato*) che perciò la maggior parte faria 3. p. 1. co. & la minore 3. m. 1. co. il prodotto loro faria 9. m. 1. z. & questo deue essere eguale a 9. Onde per venire alla equatione leuaremo il m. 1. z. cioè giogheremo 1. z. a ciascuna parte, & haueremo 9. eguale ad 1. z. p. 9. & hora leuando il numero 9. da ciascuna parte haueremo 0. eguale ad 1. z. & però l'1. z. valerebbe 0. & così la co. B. del 3. valerebbe la B. di 0. cioè 0. o vogliamo dire niente, & però la maggior parte del 6. che si pose 3. p. 1. co. sarà 3. p. 0. cioè 3. & la minore che si pose 3. m. 1. co. sarà 3. m. 0. cioè 3. per il che vediamo, che ciascuna delle due parti del 6. è differente in niente dalla metà del 6. & che perciò in ciascuna d'esse è la metà precise del 6. onde ancora cò questa operatione conosciamo, che a voler diuidere 6. in due parti tali, che il prodotto sia 9. quadrato della metà del

6. con-



6. couerrà che ciascuna parte sia 3. mità del 6. cioè che il 6. nō viene a diuidersi in parti ineguali, quando il prodotto d'esse parti dena essere eguale al quad. della mità del 6. detto, ma si bene si viene a diuidere in due parti eguali.

10. diuiso in  
5. & 5.  
5. via 5. fa quanto  
ò si diuide in

2. via 5.  
& 3. via 5.  
Ma 3. via 5. si diuide in

2. via 3.  
& 5. via 3.  
Però 5. via 5. è quanto

2. via 5.  
2. via 3.  
& 3. via 3.

10. diuiso in  
2. & 8.  
2. via 8. fa quanto  
2. via 5.

& 2. via 3.  
Però 2. via 8. fa manco di  
5. via 5. quanto importa  
il 3. via 3.

& 3. via 3. Onde dalla parte di 5. via 5. haueremo queste tre multiplicationi, che lo compongono, cioè 2. via 5. 2. via 3. & 3. via 3. Ma dalla parte del 2. via 8. habbiamo solo queste due, che lo compongono, cioè 2. via 5. & 2. via 3. quali due vanno ancora nelle multiplicationi di 5. via 5. & sono le due prime dette; & di più vi resta la terza, ch'è di 3. via 3. però vediamo, che 2. via 8. deue fare manco, che 5. via 5. & anco vediamo, che deue fare tanto manco, quanto importa 3. via 3. Ma il 3. è la differenza di ciascuna delle due parti ineguali 2. & 8. alle parti eguali 5. & 5. però vediamo, che diuiso vn numero, la quantità proposta in due parti eguali, & in due ineguali, il prodotto delle ineguali è sempre minore del prodotto delle eguali, (cioè del quad. della mità della quantità proposta) & in tanto quanto importa a multiplicare in le stessa la differenza, ch'è dalla mità della quantità proposta, a ciascuna delle due parti ineguali. Onde se diuiso poniamo

12. in due parti ineguali  $\frac{1}{2}$ . &  $11\frac{1}{2}$ . vorremo sapere il prodotto loro, diremo ch'egli è manco di 36. che nasce a multiplicare 6. (mità del 12.) in se stesso, ò nell'altra mità 6. & ch'è tanto manco di 36. quanto importa a multiplicare fra loro le due differenze eguali, che sono da ciascuna di dette parti  $\frac{1}{2}$ . &  $11\frac{1}{2}$ . e 6. mità del 12. quali differenze sono  $5\frac{1}{2}$ . &  $5\frac{1}{2}$ . Cioè ciascuna di queste due parti ineguali, è differente dalla mità del 12. in  $5\frac{1}{2}$ . & questo  $5\frac{1}{2}$ .

6. via 6. Ma  $\frac{1}{2}$ . via  $11\frac{1}{2}$ . parti ineguali, è quāto  $\frac{1}{2}$ . via 6. &  $\frac{3}{2}$ . via  $5\frac{1}{2}$ . Quali sono le due prime multiplicationi delle tre, che compōgono il 6. via 6. però nella restante terza di  $5\frac{1}{2}$ . via  $5\frac{1}{2}$ . (che produce 30  $\frac{1}{4}$ .) e il p̄dotto d' $\frac{1}{2}$ . via  $11\frac{1}{2}$ . parti ineguali minore del p̄dotto di 6. via 6. cioè del quad. della mità del 12.

ma il  $5\frac{1}{2}$ . è q̄llo, in che l' $\frac{1}{2}$ . & l' $11\frac{1}{2}$ . parti ineguali sono differenti da 6. mità del 12. però il prodotto delle parti ineguali è tanto minore del prodotto delle eguali, cioè del quad. della mità del 12. proposto, quanto è il quadrato della differenza di quali

si vogli delle due parti ineguali alla mità del 12. proposto.

6. via 6. Ma  $\frac{1}{2}$ . via  $11\frac{1}{2}$ . parti ineguali, è quāto  $\frac{1}{2}$ . via 6. &  $\frac{3}{2}$ . via  $5\frac{1}{2}$ . Quali sono le due prime multiplicationi delle tre, che compōgono il 6. via 6. però nella restante terza di  $5\frac{1}{2}$ . via  $5\frac{1}{2}$ . (che produce 30  $\frac{1}{4}$ .) e il p̄dotto d' $\frac{1}{2}$ . via  $11\frac{1}{2}$ . parti ineguali minore del p̄dotto di 6. via 6. cioè del quad. della mità del 12. proposto, quanto è il quadrato della differenza di quali

si vogli delle due parti ineguali alla mità del 12. proposto.

Ma per conoscere interamente, che effetto fa vna quantità diuisa in due parti eguali, & in due ineguali, circa alli prodotti d'esse parti, cioè se essi prodotti sono eguali, ò ineguali, & in che modo; procedendo naturalmente, potremo supporre d'hauere poniamo 10. diuiso in due parti eguali 5. & 5. che il loro prodotto è 25. & diuiso in due parti ineguali 4. & 6. che il loro prodotto è 24. ouero in 3. & 7. che il loro prodotto è 21. ouero in 2. & 8. che il loro prodotto è 16. ouero in 1. & 9. che il loro prodotto è 9. ouero in  $\frac{1}{2}$ . &  $9\frac{1}{2}$ . che il loro prodotto è  $4\frac{1}{4}$ . Et così vediamo, che ciascuno delli prodotti delle parti ineguali è minore del 25. prodotto delle eguali, ò vogliamo dire quadrato della mità del 10. & che tanto più piccoli sono i prodotti, quanto più le parti sono ineguali, ò differenti fra loro, ò vogliamo dire, quanto più ciascuna d'esse si allontana dalla mità del 10. Et per conoscerne la causa propinquamente; Posto il 10. diuiso in 5. & 5. & anco poniamo in 2. & 8. considereremo, che 2. volte 8. è quanto 2. via 5. & 2. via 3. Cioè diuiso 8. parte maggiore in 5. mità del 10. & in 3. in che essa parte maggiore supera la mità del 10. il prodotto di 2. via 8. deue essere eguale al prodotto di 2. via 5. & di 2. via 3. Ancora considereremo nel multiplicare 5. via 5. che l'vn 5. sia diuiso nel 2. parte minore delle ineguali del 10. & in 3. differenza d'essa al 5. mità del 10. onde multiplicare 5. via 5. farà quanto 2. via 5. & 3. via 5. Ancora nel multiplicare 3. via 5. considerisi il 5. diuiso in 2. & 3. detti, che perciò 3. via 5. farà quanto 3. via 2. cioè 2. via 3.

12. in due parti ineguali  $\frac{1}{2}$ . &  $11\frac{1}{2}$ . vorremo sapere il prodotto loro, diremo ch'egli è manco di 36. che nasce a multiplicare 6. (mità del 12.) in se stesso, ò nell'altra mità 6. & ch'è tanto manco di 36. quanto importa a multiplicare fra loro le due differenze eguali, che sono da ciascuna di dette parti  $\frac{1}{2}$ . &  $11\frac{1}{2}$ . e 6. mità del 12. quali differenze sono  $5\frac{1}{2}$ . &  $5\frac{1}{2}$ . Cioè ciascuna di queste due parti ineguali, è differente dalla mità del 12. in  $5\frac{1}{2}$ . & questo  $5\frac{1}{2}$ . moltiplicato in se stesso, ò via l'altro  $5\frac{1}{2}$ . che resulta l'istesso, fa 30  $\frac{1}{4}$ . Et però il prodotto d' $\frac{1}{2}$ . via  $11\frac{1}{2}$ . deue fare 30  $\frac{1}{4}$ . manco di 36. cioè deue fare 5  $\frac{3}{4}$ . (Che applicandoui la consideratione vniuersale sopradetta, ben vediamo, che il multiplicare  $\frac{1}{2}$ . via  $11\frac{1}{2}$ . si compone da queste due partiali multiplicationi, che sono  $\frac{1}{2}$ . via 6. &  $\frac{1}{2}$ . via  $5\frac{1}{2}$ . Et che il multiplicare 6. via 6. si compone da queste tre, che sono  $\frac{1}{2}$ . via 6.  $\frac{1}{2}$ . via  $5\frac{1}{2}$ . &  $5\frac{1}{2}$ . via  $5\frac{1}{2}$ . perche oltre le due prime, che sono le due istesse, che componono l' $\frac{1}{2}$ . via  $11\frac{1}{2}$ . vi è ancora la multiplicatione



zione di  $5\frac{1}{2}$ . via  $5\frac{1}{2}$ . che produce il  $30\frac{1}{2}$ . detto, & però la somma dell'altre due, & conseguente-  
mente il prodotto d' $\frac{1}{2}$ . via  $11\frac{1}{2}$ . conuiene che sia il restante sino a  $36$ . prodotto di  $6$ . via  $6$ . qual  
resistente è  $5\frac{1}{2}$ .) Da questo discorso conosciamo, che douendosi diuidere vna quantità pro-  
posta in due parti tali, che il prodotto loro sia vn numero dato, noi potiamo dare questa Regola.  
Moltiplichisi la metà della quantità proposta in se medesima, & se qsto prodotto, o quadrato sa-  
rà eguale al numero dato, all'hora le parti domandate della quantità proposta, saranno le due,  
unità d'essa, ma se esso prodotto, o quad. sia minore del numero dato; ciò si mostra essere impossi-  
bile il diuidere la quantità proposta in due parti tali, che il prodotto loro sia eguale al numero  
dato. Et se esso prodotto, o quad. detto, sarà maggiore del numero dato, all'hora si potrà fare  
la diuisione cercata, & tali due parti da trouarsi saranno ineguali, & ciascuna d'esse sarà tanto dif-  
ferente dalla metà della quantità proposta, quanto importa il numero, o quantità, che multipli-  
cata in se stessa, produca quello in che il numero dato è minore del prodotto, o quad. detto della  
metà d'essa quantità proposta, onde cauato il numero dato da esso quad. della metà della quanti-  
tà proposta, & del restante presa la  $\sqrt{x}$ . & questa giunta, & cauata alla metà della quantità propo-  
sta, la somma, & il restante saranno le due parti cercate della quantità proposta, che multiplica-  
te insieme produrranno il numero dato. Che per essempio douendosi diuidere  $12$ . in due parti ta-  
li, che il lor prodotto sia  $11$ . noi cauaremo quest'  $11$ . da  $36$ . quadrato di  $6$ . metà del  $12$ . & resta  $25$ .  
(qual  $25$ . è quad. di quel numero in che ciascuna delle parti cercate è differente da  $6$ . metà del  $12$ .  
però esso numero, o differenza, sarà la rad. di detto  $25$ . cioè sarà  $5$ . Onde se la minor parte è dif-  
ferente, o minore di  $6$ . in  $5$ . ella si trouerà cauando il  $5$ . da  $6$ . che resta  $1$ . per essa parte minore. Et  
se la maggior parte è differente, cioè maggior del  $6$ . (metà del  $12$ .) in  $5$ . ella si trouerà giungen-  
do questo  $5$ . a  $6$ . metà detta, & fa  $11$ . per la parte maggiore.) Et di questo  $25$ . presa la  $\sqrt{x}$ . ch'è  $5$ .  
la giungeremo, & cauaremo a  $6$ . & da  $6$ . metà del  $12$ . & ne resulterà  $11$ . &  $1$ . che sono le due parti  
cercate di  $12$ . che moltiplicate fra loro producono  $11$ . Et se haueſſimo voluto valere di quel-  
lo, che habbiamo imparato d'Algebra sino hora; nel trouare le due parti del  $12$ . proposto, tali  
che il lor prodotto sia l' $11$ . dato; Noi hauereſſimo poſto, che la differenza di ciascuna d'esse alla  
metà di  $12$ . cioè a  $6$ . sia  $1$ . & che perciò l'vna ſaria  $6$ . p.  $1$ . & l'altra  $6$ . m.  $1$ . & moltiplicate inſie-  
me producono  $36$  m.  $1$ . z; ma vogliamo, che se ne produchi  $11$ . però  $36$  m.  $1$ . z, sarà eguale ad  $11$ .  
onde giunto  $1$ . z a ciascuna quantità haueremo poi  $36$ . eguale ad  $1$ . z p.  $11$ . & hora leuando  $11$ .  
comunemente haueremo  $25$ . eguale ad  $1$ . z, però  $11$ . z, ch'è la  $\sqrt{x}$  d' $1$ . z sarà eguale alla  $\sqrt{x}$  di  $25$ .  
cioè a  $5$ . & questo  $5$ . sarà il valore della Cosa, cioè quello in che ciascuna delle due parti è diffe-  
rente da  $6$ . metà di  $12$ . però esse due parti che si poſero  $6$ . p.  $1$ . &  $6$  m.  $1$ . z, saranno  $6$ . p.  $5$ . &  $6$  m.  $5$ .  
cioè  $11$ . &  $1$ . Noi hora in questa operatione conſiderando, che il tutto conſiſte nel  $25$ . la  $\sqrt{x}$ . del  
quale, cioè  $5$ . è la differenza delle parti al  $6$ . & che perciò giunto al  $6$ . & cauato dal  $6$ . ne deriuano le  
parti cercate  $11$ . &  $1$ . Vedremo, ch'egli naſce da cauare  $11$ . ch'è il prodotto dato delle due par-  
ti da ſarſi, da  $36$ . ch'è quad. del  $6$ . metà della quantità proposta; & però ſimilmente di qui, ſi può  
deriuare la regola ſopradetta, dicendo. Per diuidere vna quantità proposta in due parti tali,  
che il prodotto loro ſia vn dato numero. Cauaſi questo numero dato dal quad. della metà della  
quantità proposta, & la  $\sqrt{x}$  del restante, ſi gionga, & caui alla metà della quantità proposta, che la  
ſomma, & il restante ſaranno le due parti cercate.

11 Questo inteſo applicandolo hora al Capitolo di  $4$ , eguale a  $23$ , & numero, al quale ſi cerca tro-  
uare la Regola; Ponendo che ſi habbi  $12$ . & eguale ad  $1$ . z p.  $1$ . hauendo noi veduto nel diſcor-  
ſo già fatto, che il valore della  $4$ , deuè eſſere vn numero, o quantità tale, che cauato da  $12$ . nume-  
ro delle  $4$ , & quello che reſta moltiplicato per il medefimo numero, o quantità, ch'è valore della  
 $4$ , produca a punto l' $11$ . numero, ch'è accompagnato all' $1$ . z. Et questo come pure habbiamo di-  
ſcoſo, viene a ridurſi a diuidere il  $12$ . numero delle  $4$ , in due parti tali, che il lor prodotto ſia  $11$ .  
numero accompagnato all' $1$ . z. Noi ſapendo, che queſte due parti ſi trouano moltiplicando  
la metà del  $12$ . in ſe ſteſſa, & dal prodotto  $36$ . cauare  $11$ . numero dato, che reſta  $25$ . & di queſto  
presa la radice ch'è  $5$ . giongerla, & cauarela a  $6$ . metà del  $12$ . che reſulta  $11$ . &  $1$ . Sapremo che  $11$  &  
(quale è vna delle due parti del  $12$ .) è numero, o quantità tale, che moltiplicato via  $11$ . ch'è quel-  
lo, che reſta a cauare queſt'  $11$ . dal  $12$ . numero delle  $4$  (poiche eſſo  $11$ . è l'altra parte del  $12$ .) pro-  
duce l' $11$ . numero accompagnato all' $1$ . z, & però  $11$ . potrà eſſere il valore della  $4$ . Et anco-  
ſapremo, che  $1$ . (quale è l'altra parte delle due del  $12$ .) è numero, o quantità tale, che multipli-  
cata via  $11$ . ch'è quello, che reſta a cauare queſt'  $11$ . dal  $12$ . numero delle  $4$  (poiche eſſo  $11$ . è l'altra  
parte delle due del  $12$ .) produce l' $11$ . numero accompagnato all' $1$ . z, & che perciò ancora  $1$ . po-  
trà eſſere il valore della  $4$ . Cioè perche ciaſcuna delle parti del  $12$ . cioè l' $11$ . & l' $1$ . ſono tali coſe  
me ſi ricerca, che ſia la quantità, che deuè eſſere valore della  $4$ . veniamo a conſocere, che il valo-  
re della  $4$ , può eſſere qual ſi vogli di queſte due parti del  $12$ . Cioè che queſto Capitolo può hauer  
F re eſſe



re due risposte; ò vogliamo dire, che due quantità si trouano tali, che presa qual si vogli d'esse, & al suo quad. gionto 11, farà quanto a moltiplicare la quantità presa per 12. Onde se diremo la  $x$ , valere 11, al suo quad. 121, che sarà il valore d'12, gionto 11, & farà 132, ch'è quanto 12, p 11. questo 132, sarà eguale al prodotto di 12, via 11, cioè a 12,  $x$ , che fa pure 132. Ouero se diremo 12, valere 11, al suo quad. 121, che sarà il valore d'12, gionto 11, & farà 132, ch'è quanto 12, p 11. questo 12, sarà eguale al prodotto di 12, via 1, cioè a 12,  $x$ , che fa pure 12. Et hauendo 12,  $x$ , eguale a 12, p 35. Se diuerremo 12, numero delle  $x$ , in due parti tali, che il prodotto loro sia 35, numero accompagnato all'1,  $x$ , & saranno 5, & 7. (perche moltiplicato 6 mità del 12, numero delle co. in se stesso fa 36, & di questo cauato il 35, resta 1, del quale 1, la rad. è 1. & questa gionta, & cauato a 6, mità detta del 12, ne resulta 7, & 5.) potremo dire, che la co. vagli 5. ouero che vagli 7. Perche valendo 3, all'hora 5, co. importaranno l'1,  $x$ , & le restanti 7, co. valeranno il 35, numero accompagnato, che 7, via 5, fa 35. Et valendo 7, all'hora 5, co. importaranno l'1,  $x$ , & le restanti 5, co. valeranno il 35, accompagnato, che 5, via 7, fa pur 35. Cioè perche così 5, via 7, come 7, via 5, fa 35, tanto importano 7, co. a 5, per Co. quanto le 5, co. a 7, per Co. & 7, & 5, può valere la co. perche il ce. valera ò 7, co. ò 5, co. secondo, che ò 7, ò 5, ponremo che vagli la Co. Hora di qui potremo deriuare la Regola a questo Capitolo di co. eguale ad 1, ce. & numero. Che nell'Equatione, poniamo di 12, co. eguali ad 1, ce. p 20, nella quale per trouare il valore della co. sappiamo che conuien diuidere 12, in due parti tali, che il lor prodotto sia 20, accioche qual si vogli d'esse due parti possa essere il valore della co. & per trouare queste due parti si moltiplica 6, ch'è sempre la mità del 12, numero delle co. in se stesso, & fa 36, & di questo si cauà il 20, ch'è sempre il numero accompagnato all'1, ce. & del restante 16, si piglia sempre la Bx, ch'è 4, & questa si giunge al 6, mità del numero delle co. che fa 10, per vna parte, che può essere il valore della co. Ouero il 4, detto si cauà dal 6, mità del numero delle co. & resta 2, per l'altra parte, che può anch'ella essere il valore della co. Onde vediamo, che la Regola douera essere questa.

Quando 1, ce. p numero sarà eguale a co. per trouare il valore della co. Cauisi il numero accompagnato all'1, ce. dal quadrato della mità del numero delle co. & la Bx, del restante si giurga, ò cauà alla mità del numero delle cose, che la somma, ò il restante potranno essere il valore della Co.

Ancora in questo Capitolo di ce. & numero eguale a co. potremmo come nelli dui antecedenti, considerare, che la notizia del valore della co. si haueria sempre, che sapessimo formare, ò deriuare vna Equatione, ò Agguagliamento doue da vna parte sia solo ce. & dall'altra solo numero, cioè quantità libera da nome, ò denominatione di dignità Algebrica; Onde in questo Capitolo di co. eguale a ce. & numero, seruendoci di quello, che habbiamo discorso ne gl'altri dui antecedenti, noi hauendo poniamo 1, ce. p 35, eguale a 12, co. potremo ponere le co. dalla banda del ce. il che si farà leuando le 12, co. così da vna banda come dall'altra, & haueremo 1, ce. m 12, co. p 35, eguale a 0. Hora trouaremo vna quantità, che moltiplicata in se stessa produca l'1, ce. m 12, co. & sarà composto di co. & numero, cioè dalla Bx, dell'1, ce. ch'è 1, co. & da quello, che nasce a partire la mità delle m 12, co. cioè m 6 co. per detta Bx, dell'1, ce. cioè per 1, co. che ne nasce m 6, & però la quantità cercata sarà 1, co. m 6, & questa moltiplicata in se medesima produce 1, ce. m 12, co. p 36. Onde se haessimo 1, ce. m 12, co. p 36, la sua Bx, sarà 1, co. m 6, ma la nostra quantità è solo 1, ce. m 12, co. p 35, cioè 1, manco di detta quantità quadrata; però accioche ella arriui a detta quantità quadrata, per poterne poi pigliare la Bx, conueniente giungerli 1. Et anco per serbare la egualità continua delle parti, conuerà giungere il medesimo 1, all'altra parte, cioè a 0. Et però hauendo 1, ce. m 12, co. p 35, eguale a 0, giungendo comunemente 1, si hauerà poi 1, ce. m 12, co. p 36, eguale a 1. Et hora la Bx, dell'vna quantità sarà eguale alla Bx, dell'altra; cioè 1, co. m 6, sarà eguale a 1. Et tenatò il m giungendo 6, a ciascuna parte haueremo 1, co. eguale a 7, & però la co. valerà 7. Et per farne la esperienza numerale, diremo. Valendo la co. 7, il ce. sarà 49, però 1, ce. p 35, sarà 49, p 35, cioè 84, ma le 12, co. a 7, p co. sono anch'esse 84, però è vero, che la co. vale 7. Hor notisi, che quando habbiamo tolto 1, co. m 6, da moltiplicare in se stesso, accioche produca l'1, ce. m 6, co. & quel numero di più che ne resulta, quale hora è 36, quadrato del m 6. Ancora se pigliaremo 6, m 1, co. (cioè se daremo il segno m alle co. facendo, che il numero sia il più, & le co. il m) all'hora il suo quadrato, sarà anch'egli 1, ce. m 12, co. p 36, però doppo l'hauuto giunto 1, (in che il 36, numero, che si troua in questa quantità quadrata è maggiore del 35, numero, che si troua nella nostra quantità principale) comunemente, cioè, & a 1, ce. m 12, co. p 35, & anco a 0, a che essa quantità è eguale, che ne resulta 1, ce. m 12, co. p 36, eguale a 1. Hor nel dire, che anco la Bx, dell'vna quantità sarà eguale alla Bx, dell'altra, potremmo dire (pigliando 6, m 1, co. per rad. di detta quantità quadrata) & però 6, m 1, co. sarà eguale a 1.

Onde



Onde leuato il m. cioè, giunto comunemente 1.co. hauereffimo 6. eguale a 1. co. p. 1. & ancora leuato 1. comunemente hauereffimo 5. eguale a 1. co. & però la + valerebbe 5. Ma vediamo se questo 5. può seruire anch'egli per valore della co. (*che già habbiamo veduto ella valere 7.*) Valendo la co. 5. l'1. ce. sarà 25. & 1. ce. p. 35. cioè 25. p. 35. sarà 60. 1.e 12. co. a 5. per co. sono anch'esse 60. però 5. ancora può essere il valore della co. Et così conosciemo, che la co. può hauere due valute diuerse; Et che esse deriuano dal pigliare due quantità di diuersa forma, per Bx. della quantità quadrata, che occorre componere dalla banda dell'1. ce. in questa operatione, che hora queste due radici di diuersa forma, sono state 1.co. m. 6. & 6. m. 1.co. che in l'vna la co. vale 7. & però ella significa 7. m. 6. cioè 1. & nell'altra la co. vale 5. & però ella significa 6. m. 5. cioè 1. medesimamente; Che conuiene che esse due Bx. di diuersa forma siano eguali fra loro, poiche ciascuna è eguale alla Bx. d'1. ch'è 1. Et se hauessimo 1. ce. p. 16. eguale a 10. co. Ponendo le

1. z p 35.	Egual a 12. co.	1. z p 16.	Egual a 10. co.	1. z p 25.	Egual a 10. co.
1. z m 12. z p 35.	Egual a 0.	1. z m 10. z p 16.	Egual a 0.	1. z m 10. z p 25.	Egual a 0.
1. z m 6.		1. z men. 5.		1. z men. 5.	
1. z m 12. co. p 36.	Egual a 1.	1. z m 10. z p 25.	Egual a 9.	1. z m 10. z p 25.	Egual a 0.
1. z men. 6.	Egual a 1.	1. z men. 5.	Egual a 3.	1. z men. 5.	Egual a 0.
1. z	Egual a 7.	1. z	Egual a 8.	1. z	Egual a 5.

Ouero

Ouero	Ouero	Ouero
1. z m 12. co. p 36.	1. z m 10. z p 25.	1. z m 10. z p 25.
6. men. 1. co.	5. men. 1. co.	5. men. 1. co.
5.	2.	5.
Egual a 1. co.	Egual a 1. co.	Egual a 1. co.
Però la co. vale 5.	Però la co. vale 2.	Però la co. vale 5.
Quale anco può valere 7.	Quale anco può valere 8.	Quale anco nell'altro modo vale 5.

z dalla banda del z; che si fa leuando le 10. z, da ciascuna parte, hauereffimo poi 1. z men. 10. z p 16. eguale a 0. Et hora per trouar quantità, che moltiplicata in se stessa produca l'1. z men. 10. co. presa la Bx. d'1. z, ch'è 1. co. & cò questa partito men. 5. co. mirà delle men. 10. co. ne viene men. 5. che accompagna al 1. co. Bx. detta dell'1. z fa 1. co. men. 5. il quad. della quale è 1. z men. 10. più 25. Et perche questa quantità quadrata supera l'1. z men. 10. co. più 16. in 9. giungeremo 9. comunemente, & all'1. z men. 10. co. più 16. & al o. a che ella è eguale, che così hauereffimo 1. z men. 10. co. più 25. eguale a 9. & però la Bx. dell'vna, cioè 1. co. men. 5. ouero 5. men. 1. co. (*che anco 5. m. 1. co. può essere rad. d'1. ce. m. 10. co. p 25.*) sarà eguale alla Bx. dell'altra, cioè a 3. onde se 1. co. men. 5. è eguale a 3. giungendo 5. comunemente hauereffimo 1. co. eguale a 8. però la co. valerà 8. Et se hauessimo detto 5. men. 1. co. essere eguale a 3. giungendo 1. co. a ciascuna parte hauereffimo hauuto 5. eguale a 1. co. più 3. & canato 3. comunemente hauereffimo 2. eguale a 1. co. & però la co. valerà 2. Et ciascuna di queste due valute può seruire, perche se piglieremo 8. per valuta della co. nel dir, che 1. z più 16. è eguale a 10. co. 1.e 10. co. valeranno 10. volte 8. cioè 80. Et l'1. z valerà 8. volte 8. cioè 64. & questo con il 16. accompagnatoli farà anch'egli 80. Et se piglieremo 2. per valuta della co. all' hora le 10. co. valeranno, o faranno 10. volte 2. cioè 20. Et l'1. z valerà 2. volte 2. cioè 4. & questo con il 16. accompagnatoli farà anch'egli 20. Et se hauessimo detto 1. z più 25. eguale a 10. co. leuando le 10. co. da ciascuna banda si hauerà poi 1. z men. 10. co. più 25. eguale a 0. & pigliando la Bx. dell'1. z, ch'è 1. co. & con essa partendo la mira delle men. 10. co. cioè men. 5. co. che ne viene men. 5. da accompagnare con la 1. co. detta, ch'è Bx. dell'1. ce. & fa 1. co. men. 3. questa sarà la quantità, che moltiplicata in se stessa, farà l'1. ce. men. 10. co. & auco di più farà quanto il quad. del men. 5. cioè, produrrà 1. ce. men. 10. co. più 25. & questo è a punto, quanto è l'1. ce. men. 10. co. più 25. che si haueua, eguale a 0. Onde non si douendo giungere cosa alcuna alla quantità, che si haueua; ne manco si douera giungere cosa alcuna al o, ma sapremo, ch'essa quantità che si haueua è quadrata, & che la sua Bx. è 1. co. men. 5. & però questa sua Bx. sarà eguale alla Bx. di o. cioè a niente. Onde giungendo comunemente 5. hauereffimo poi 1. co. eguale a 5. & però la co. valerà 5. & se per Bx. della nostra quantità 1. ce. men. 10. co. più 25. hauessimo preso 5. men. 1. co. che ella sarà eguale alla Bx. di o. cioè a 0. all' hora giungendo comunemente 1. co. si hauerà poi 5. eguale ad 1. co. & però la co. valerà pur 5. si come anco valerà, hauendo preso 1. co. men. 5. per la rad. di detta quantità, Onde vediamo, che quando finalmente per Bx. dell'vna parte habbiamo 0. (*che questo auuiene sempre, che il numero della Equatione, ch'è con li ce. (che hora è il 25.) è eguale al quad. del numero, che si accompagna alle radici ce. Cioè questo auuiene sempre, che dalli ce. il numero dell'vna parte detratone le co. dell'altra*)



*l'altra parte, il restante e quantita quadrata*) all'hora presa per eguale ad esso, o ol'vna B. o l'altra, della quantita quadrata, che in questo caso sono 1. z, in 5. ouero 5. in 1. z; il valore della z, riesce vn medesimo, cioè è quel 5. ch'è accompagnato all'1. co. o al quale è accompagnato all'1. co. della B. (*quando il numero delle co. della rad. e 1. cioè quando il num. dell' ce. dell' Equatione e 1.* Che generalmente parlando, quado il num. de' ce. fusse più d' 1. cioè, che non si fusse ridotto ad 1. ce. all'hora il valore della co. e quel num. che nasce a partire il num. che nella B. si troua accopagnato alle co. o al quale sono accompagnate le co. per il numero d'esse co. che si trouano nella rad. che hora faria quel 5. che nasce a partire il 5. trouato alla rad. per 1. numero delle co. che sono nell'istessa rad.) Che così nel dire 1. z in 5. come nel dire 5. in 1. z; agguagliando il 5. resta da vna parte, & l'1. z, dall'altra; & questo 5. quando il numero de' z è 1. è sempre la metà del numero delle co. Et però poriamo dire per Regola ferma, che nel Capitolo d'1. z, & numero eguale a co. quando il quad. della metà del numero delle co. è eguale al numero accompagnato all'1. z; all'hora la co. non può hauere se non questa sola valuta. Che ella ha due diuerse valute in esso Capitolo d'1. z, & numero eguale a co. quando il quad. della metà del numero delle co. è maggiore del numero accompagnato all'1. z; che perciò all'hora quello, che manca al numero accompagnato all'1. z per arriuaire al quad. del numero della metà delle co. (*che se li giunge per formare quantita quadrata la rad. della quale si adopera poi nella Agguagliatione*) si giunge ancora all'altra parte, ch'è o. Onde alla B. della somma douendo essere eguale o l'vna B. della quantita quadrata, o l'altra B. all'hora al numero in essa B. accompagnato all'1. co. vna volta si giunge la B. di detta somma, ch'è dalla parte del o. & ne deriua il valore della co. conueniente a questa B. della quantita quadrata; & vn'altra volta da detto numero al quale è accompagnato l'1. co. se ne caua la B. di detta somma, ch'è dalla parte del o. & ne deriua il valore della co. conueniente a quest'altra B. della quantita quadrata, che per essere due somma, & restante ineguali, o diuersi; diuersi, o ineguali sono ancora esse due valute della co. ma doue il o. resta solo senza agguignerli cosa alcuna, tanto risulta a giungere la sua B. ch'è o. al numero detto, accompagnato all'1. co. quanto a cauarela da detto numero al quale è accompagnato l'1. co. perche esso numero non si altera, o muta, & perciò egli intieramente mostra l'unico valore della co.

1. ce. p 34.                      Eguale a 10. co.  
1. z in 10. co. p 34.              Eguale a o.  
1. co. in 5.                      Eguale a o.  
1. z in 10. co. p 25.              Eguale a o. in 9.  
Et dicendosi, che faria.  
1. co. in 5.                      Eguale a in 3.  
   hauereffimo  
1. co.                      Eguale a 2. Cioè la co. valeria 2.  
il che ne riesce.  
Che se per rad. della quantita quadrata  
si pigliasse 5. men. 1. co. dicendo, che faria  
5. in 1. co.                      Eguale a in 3.  
hauereffimo 8.                      Eguale a 1. co. cioè  
la co. valeria 8. il che non riesce.  
Et dicendosi la rad. del men. 9. essere p 3.  
cioè 1. co. men. 5. essere Eguale a 3.  
hauereffimo 1. co. Eguale a 8. cioè la co. valeria 8. il che non può essere.  
Ouero dicendo, che faria.  
1. in 1. co.                      Eguale a 3.  
hauereffimo 2.                      Eguale a 1. co. cioè la co.  
valeria 2. il che non può essere.

nore della nostra 1. ce. men. 10. co. p 34. in 9. & che perciò per ridurre la nostra a detta quantita quadrata, conuiene dalla nostra cauare 9. & però conuiene anco cauare l'istesso 9. dall'altra o. a che la nostra e eguale; Onde hauendo poi da vna banda 1. ce. men. 10. co. p 25. dall'altra hauereffimo o. men. 9. o vogliamo dire men. 9. & che perciò la rad. dell'vna, ch'è 1. co. men. 5. ouero 5. men. 1. co. faria eguale alla rad. dell'altra, cioè alla rad. di men. 9. questa rad. di men. 9. vedreffimo, che non si può trouare, perche alcuna denominatione nò si troua, che moltiplicata in se stessa

Et se haueffimo 1. ce. p 34. eguale a 10. co. Ponendo le co. dalla banda del ce. che si fa; leuando le 10. co. da ciascuna parte, hauereffimo poi 1. ce. in 10. co. p 34. eguale a o. Et hora per trouar quantita, che moltiplicata in se stessa produca l'1. ce. in 10. co. presa la rad. d'1. ce. ch'è 1. co. & con questa partito in 5. co. metà delle in 10. co. ne viene in 5. che accompagnato all'1. co. rad. detta dell'1. ce. fa 1. co. in 5. il quad. della quale e 1. ce. in 10. co. p 25. Et perche hora questa quantita quadrata non arriua all'1. ce. in 10. co. p 34. che habbiamo, anzi li manca 9. vediamo, che per hauere la quantita quadrata, che ci bisogna; conuiene cauare 9. dalla quantita, che habbiamo; & perciò per serbare la equalità delle parti, conuerà ancora cattare il medesimo 9. dall'altra parte, che o. ma da o. non si può cauare cosa alcuna; cioè il cauare 9. e impossibile; però vediamo, che 1. ce. p 34. nò può essere eguale a 10. co. Cioe non si può trouare vn numero, o valore della co. tale, che moltiplicata per 10. (*che si fariano le 10. co.*) facci quanto a giungere 34. al suo quadrato (*che faria l'1. ce. p 34.*) Et della impossibilità detta, ci accorgereffimo ancora, se nel dire, che essendo la quantita quadrata 1. ce. in 10. co. p 25. minore della nostra 1. ce. men. 10. co. p 34. in 9. & che perciò per ridurre la nostra a detta quantita quadrata, conuiene dalla nostra cauare 9. & però conuiene anco cauare l'istesso 9. dall'altra o. a che la nostra e eguale; Onde hauendo poi da vna banda 1. ce. men. 10. co. p 25. dall'altra hauereffimo o. men. 9. o vogliamo dire men. 9. & che perciò la rad. dell'vna, ch'è 1. co. men. 5. ouero 5. men. 1. co. faria eguale alla rad. dell'altra, cioè alla rad. di men. 9. questa rad. di men. 9. vedreffimo, che non si può trouare, perche alcuna denominatione nò si troua, che moltiplicata in se stessa

fa pro-



può ridurre ad Equatione di Cose, eguali a numero. Cofì come si poteua dire di possedere intieramente la dottrina delle misurazioni, o trasmutationi Geometriche delle figure rettilinee, quando al modo Geometrico si dimostrò questo Problema. Dato vn rettilineo, egli stesso si può trasmutare in altro rettilineo simile a qual si vogli rettilineo proposto. Ma questa Dottrina, o Trasmutatione Geometrica (veramente mirabile per le molte sottilità di che ella era composta, & che da essa deriuauano, non è potuta venire in luce; poiche ella con molte opere, Geometriche, Arithmetiche, & altre, con vna Cassetta in che elle erano, con altre scritture ancora, & cose di uenise di valore, fu occultamente tolta, sino dell'anno 1594. ne sino ad hora se ne hà notizia. Piaccia à N. S. Dio Eterno Omnipotente per sua somma bontà, astringere chi le possiede a mantenerle in essere (ne li venga voglia di abbruggiarle, o dissiparle pensando di così occultare tal fatto) accioche a qualche tempo capitino in mano di chi le conosca, & le dia vita, a comune profitto, & ornamento della Scienza il tutto allude a gloria di sua Diuina Maestà.

Hora auertasi, che particolarmente il primo Capitolo d' 1. z. & 1. z. eguali a numero, si può trasmutare nel secondo di 1. z. & 1. z. numero, eguale ad 1. z. Essendo sempre le medesime, le tre quantità dell'Equatione, cioè essendo sempre i medesimi il numero delle 1, il numero della Equatione, & l'1. z. Ma dal valore della 1, trouato nel secondo, in che si è trasmutato il primo, si deue poi cauare il numero delle 1, che

1. z. p. 6. 1. Eguale a 40.	1. z. Eguale a 6. z. p. 40.
3	3
3	3
9	9
40	40
49	49
la rad. è 7	la B. è 7
cauato 3	girotoli 3
resta 4. Valore della 1.	somma 10. Valore della 1.

le si piglia la B. ch'è 7. & chiamandolo A. & da questo A. 7. si caua 3. mità del numero delle 1, & resta 4. & questo 4. è il valore della 1; quando 1. z. p. 6. 1. sia eguale è 40. o vagli 40. Ma dicendo 6. z. p. 40. essere eguali ad 1. z. vediamo, che pure al quad. del 3. mità del numero delle 1, si giunge il 40. numero della Equatione, & della somma 49. si piglia pure la B. ch'è il 7. medesimo A. trouato ancora quando 1. z. p. 6. 1. si pose essere eguali a 40. Poi a questo 7. A. si giunga 3. mità del 6. numero delle 1, & fa 10. valore della 1, nel secondo; Onde ella vale più, che nel primo quanto importa il 3. cauato da 7. A. nel secondo, ch'è quanto a dire, che nel secondo la 1, vale due volte la mità del numero delle 1, & però vale vna volta sola il numero delle 1, di più, che nel primo; per il che conueniente nel primo la 1 vale manco; che nel secondo, quanto importa, cioè, quanto è il numero delle 1. Onde se nel secondo la 1 vale 10. & che il numero delle 1 sia 6. perciò nel primo la 1 valerà questo 6. di manco, cioè valerà 4. Et perciò di qui si vede, che anco il secondo Capitolo di 1. z. & numero eguale ad 1. z. si può trasmutare nel primo di 1. z. & 1. z. eguale a numero, stando sempre fermi il numero delle 1, & il numero della Equatione, & l'1. z. Le che al valore della 1, trouato nel primo per la trasmutatione fatta, conueni poi sempre giungere il numero delle 1, che la somma sarà il valore della 1 nel secondo. (Che il valore della cosa nell'vna Equatione, è sempre differente dal valore della co. nell'altra Equatione, tanto quanto è il numero delle co. essendo sempre maggiore il valore della co. nell'Equatione d'1. co. eguale a co. & numero di quello, che vale la co. nell'Equatione d'1. co. & co. eguale a numero, in quanto è il numero delle co.) Però se hauere-mo 6. z. p. 40. eguale a 1. z. Trasmutandolo nel primo Capitolo, & sarà 1. z. p. 6. 1. eguale a 40. trouato hora il valore della 1, ch'è 4. a questo 4. si deue giungere 6. numero delle 1, & fa 10. qual 10. è il valore della 1 cercato, conueniente a 6. z. p. 40. eguale ad 1. z. (Et se auertiremo, che nel Capitolo d'1. co. & co. eguale a numero poniamo d'1. co. p. 6. co. eguale a 40. la co. vale 4. Et nel Capitolo di co. eguale a co. & numero, cioè d'1. co. eguale a 6. co. p. 40. nel quale si trasmuta questo: la co. vale 10. se auertiremo dico, che questo 10. è tanto più del 4. che si troua essere valore della co. nel primo Capitolo, quanto importa il 6. numero delle co. Et che per quello, che si disse nella inuentione della Regola dal Capitolo di co. eguale a co. & numero, che si troua mediante il primo Capitolo di co. & co. eguale a numero. Sappiamo, che il 4. che si troua da giungere al 6. numero della co. deue essere tale, di uogliamo dire è tale, che giunto a 6. & la somma (che hora è 10.) moltiplicata per esso 4. produce il numero della Equatione, ch'è 40. O uogliamo dire, per che è moltiplicare 4. valore della co. nel primo Capitolo per 10. ch'è valore della co. nel secondo, deue

H

pro-



produrre il 40. num. della Equatione cioè, che a moltiplicare il valore della cosa dell'un Capitolo via il valore della cosa dell'altro, se ne produce il numero della Equatione, veniamo a conoscere, che sapendo il valore della co. nell'uno de' due Capitoli, se con esso valore partiremo il numero della Equatione, ne verrà sempre il valore della co. nell'altro; Onde se d'1. ce. p. 6. co. eguale a 40. doue la co. vale 4. si fa trasmutazione in 1. ce. eguale a 6. co. p. 40. in questo per trovare il valore della co. si può partire 40. numero della Equatione per 4. valore della co. nel primo, & ne vien 10. ch'è il valore della co. nel secondo. Et se vorremo sapere quanto vagli la co. nel Capitolo d'1. ce. p. 6. co. eguale a 40. trasmutandolo in 1. ce. eguale a 6. co. p. 40. & trouando, che la co. vale 10. noi con questo 10. partiremo il 40. numero della Equatione, che ne viene 4. & questo 4. sarà il valore cercato della co. nel primo d'1. ce. p. 6. co. eguale a 40. Onde le valute della x in queste due Equationi sono sempre differenti fra loro nel numero delle cose, & producono sempre il numero della Equatione.

3. z. p. 18. co. Eguale a 120.  
 9. via 9 fa 81.  
 3. via 120. fa 360.  
 Somma 441.  
 la R. è 2 1.  
 cauata 9.  
 numero de' z 3.  
 resta 12.  
 Ne viene 4.  
 ch'è il valore d'1. cosa.

3. z. Eguale a 18. co. p. 130.  
 9  
 9  
 81  
 3. via 120. fa 360  
 Somma 441  
 la R. 2 1  
 giunto 9  
 somma 30  
 Ne viene 10  
 ch'è valore d'1. z.

Ma quando il numero de' Censi in questi Capitoli, primo, o secondo fusse più, o manco d'1. al- l'hora la x nel primo valeria tanto manco, che nel secondo, quanto importa a partire il numero delle co. per il numero de' ce. Et conuersamente la co. nel secondo valeria tanto più, che nel primo quanto importa a partire il numero delle co. per il numero de' ce. come dall'operare in essi si conosce; Che per ciò sapendo noi, che quando 3. ce. p. 18. co. sono eguali è 120. la co. vale 4. sapremo, che quando si hauesse 3. ce. eguale a 18. co. p. 120. la co. valeria quel più, che viene a partire 18. numero delle co. per 3. numero de' ce. quale auenimento è 6. cioè valeria 6. di più, per il che ella valeria 10. Et fa, ed ossi, che quando 3. ce. è eguale a 18. co. p. 120. la co. vale 10. Conoscere- mo, che quando si hauesse 3. ce. p. 18. co. eguale a 120. all'hora la co. valeria tanto manco del 10. detto, quanto viene a partire 18. numero delle co. per 6. numero de' z, che venendone 6. valeria 6. di manco, cioè valeria 4. manco 6. ch'è 4. Et notisi, che li Agguagliamenti in questi due Capitoli sono sempre solubili, sia il numero della Equatione, o delle co. o de' z, quanto si vogli; perche ridotti ad 1. z. Sempre al quad. della mità del numero delle co. si può giungere il numero della Equatione, sia che numero si vogli, & per ciò (come bisogna nel primo Capitolo) dalla R. d'ess. somma, se ne potrà sempre cauare la mità del numero delle x (ch'è minore d'essa radice poiche la somma di che ella è rad. è maggiore del quadrato della mità d'esso numero delle co. di tanto quanto è il numero della Equatione). Et così ne deriuará il valore della x nel primo Ca- pitolo. Et consequentemente essendo sempre trouabile il valore della co. nel primo Capitolo, sarà ancora trouabile nel secondo, nel quale ella è maggiore, che nel primo in quanto importa il numero delle co. della Equatione. O vogliamo dire nascendo ella dal giungere la mità del nu- mero delle co. alla R. della somma detta del composto del numero della Equatione con il quad. della mità del numero delle cose.

Il terzo Capitolo d'1. z. & numero eguale a co. (inteso solo hora per comodità ridotto ad 1. ce.) si può sempre trasmutare in Capitolo d'1. censo, & cose eguale a numero, cioè (leuando poi com- munemente il numero, ch'è con 1. ce. accioche 1. ce. resti solo) in semplice Capitolo d'1. ce. egua- le a numero. Che il numero eguale all'1. z. sarà sempre euello, che resta a cauare il numero del- la Equatione dal quad. della mità del numero delle co. & trouato in questo Capitolo semplice, il valore della cosa, che sarà sempre la R. del numero a che è eguale l'1. z. Essa valuta giunta, o cauata dalla mità del numero delle co. così la somma, come il restante sarà il valore della co. nel Capitolo principale d'1. z. & numero eguale a cose.

Che per esempio hauendo 1. z. p. 16. Eguale a 10. co. Perche sappiamo la valuta della cosa, potere



1. z p 16. Eguale a 10. co.

5  
5  
25

1. z p 16. Eguale a 25.

1. z. Eguale a 9.

1. co. Eguale a 3.

5  
& 3 cauato 3  
somma 8 resta 2

Però 8. & anco 1. può valere la cosa.

1. z p 25. Eguale a 10. co.

5  
5  
25

1. z p 25. Eguale a 25.

1. z. Eguale a 9.

1. co. Eguale a 3.

5  
& 0 cauato 0  
somma 5 resta 5

Però 5. ouero 5. cioè 5. vale la cosa.

1. z p 35. Eguale a 10. co.

5  
5  
25

1. z p 35. Eguale a 25.

1. z. Eguale a 9.

1. co. Eguale a 3.

5  
& 0 cauato 0  
somma 5 resta 5

Conuerria cauare 9. da ciascuna banda, accioche l'1. z restasse solo, ma da 0. non si può cauare cosa alcuna, però l'Agliamento è irresolubile.

potere essere ciascuna delle due parti del 10. numero delle co. che moltiplicate insieme produchino 16. numero della Equatione; & per trouare esse parti, ponendosi, che l'vna sia la metà del 10. cioè 5. & 1. co. di più, & l'altra 5. m. 1. co. che così moltiplicato 5. p 1. co. via 5. m. 1. co. fa 25. m. 1. z, & questo due essere 16. però 25. m. 1. co. è eguale a 16. & tenuto il m. 1. z, cioè giunto 1. z, comunemente si ha 25. eguale a 1. z p 16. & leuato 16. da ciascuna parte si ha 1. z, eguale a 9. Vediamo che questo 9. al quale sempre è eguale l'1. z, è sempre il numero, che deriua a cauare il numero, della Equatione (che hora è 16.) dal qua. della metà del numero delle co. (che hora è 25.) & la sua rad. (che hora è 3.) è il valore della co. in questo Capitolo semplice di z, eguale a numero qual valore è da giungere, & cauare alla metà, & dalla metà del numero delle co. della Equatione (qual metà hora è 5.) & ne nascono le due parti del numero delle co. (quali parti hora sono 8. & 3.) che moltiplicate insieme producono il numero della Equatione, & perciò possono essere ciascuna d esse il valore della co. nel Capitolo proposto di z, & uum. eguale a co. che hora è 1. z p 16. è eguale a 10. co.

hora accioche lo studete vegga come nelli Casi, ò domade, che si fanno, si adoprino questi Capitoli, & come si operi per risouere, ò rispondere ad essi casi, ò domande, se ne daranno li seguenti Esempli.

1. Iuidali 10. in due parti tali, che a moltiplicare la metà della prima per il terzo, ò vogliamo dire terza parte della seconda; il prodotto sia eguale alla prima, ò vogliamo dire sia quanto la prima.

Ponasi la prima essere 1. co. che perciò la seconda sarà il resto fino a 10. cioè sarà 10. m. 1. z; la metà della prima è  $\frac{1}{2}$ . co. la terza parte, ò il terzo della seconda è  $3\frac{1}{3}$ . m.  $\frac{1}{3}$ . co. & questi moltipli-

prima 1. co. seconda 10. m. 1. co.  
 $\frac{1}{2}$ . co.  $3\frac{1}{3}$ . m.  $\frac{1}{3}$ . co.  
prodotto  $1\frac{1}{2}$ . co. m.  $\frac{1}{3}$ . co. Eguale a 1. co.  
1. co. Eguale a  $\frac{1}{3}$ . co. p 1. co.  
 $\frac{1}{2}$ . co. Eguale a  $\frac{1}{3}$ . co.  
 $\frac{1}{3}$ . co. Eguale a  $\frac{1}{3}$ . co.  
4. Eguale a 1. co.

La cosa vale 4. però la prima parte posta 1. co. sarà 4. & la seconda sarà il restante fino a 10. cioè sarà 6.

Proua:

prima 4. seconda 6.  
la metà è 2. il terzo è 2.  
Il loro prodotto è 4. che è quanto la prima.

1. co. & ne verrà  $\frac{1}{3}$ . co. eguale a  $\frac{1}{3}$ . co. Onde partito  $\frac{1}{3}$ . per  $\frac{1}{3}$ . num. delle co. ne viene 4. però 1. cosa sarà eguale a 4. ò vogliamo dire valerà 4. Sapendo dunque, che la co. vale 4. diremo, che la prima parte, quale fu posta 1. co. sarà 4. & la seconda, che fu posta il restante fino a 10. cioè 10. m. 1. co. sarà il restante fino a 10. cioè 10. m. 4. che è 6.

Ouerò.

prima 1. co. seconda 10. m. 1. co.  
la metà è  $\frac{1}{2}$ . co. esimo di 2. il terzo è 10. m. 1. co. esimo di 3.  
prodotto 10. co. m. 1. co. esimo di 6. Eguale ad 1. co.  
10. co. m. 1. co. Eguale a 6. co.  
4. Eguale a 1. co.

La co. vale 4. però la prima parte posta 1. co. sarà 4. & la seconda il resto fino a 10. co. cioè sarà 6.

cati fra loro producono  $1\frac{1}{2}$ . co. m.  $\frac{1}{3}$ . co. il che douendo essere quanto la prima, che si è posta 1. co. sarà eguale ad 1. co. Onde leuato il m. cioè giunto  $\frac{1}{3}$ . co. a ciascuna parte, si hauerà  $\frac{1}{3}$ . co. p 1. co. eguale a  $1\frac{1}{3}$ . co. & leuato 1. co. comunemente si hauerà  $\frac{1}{3}$ . co. eguale a  $\frac{1}{3}$ . co. Et hora per abbassare queste dignità Algebratichè, accioche si peruenga da qualche parte a num. libero da dignità Algebratica, partiremo ciascuna delle due quantità p 1. co. & ne verrà  $\frac{1}{3}$ . co. eguale a  $\frac{1}{3}$ . co. Onde partito  $\frac{1}{3}$ . per  $\frac{1}{3}$ . num. delle co. ne viene 4. però 1. cosa sarà eguale a 4. ò vogliamo dire valerà 4. Sapendo dunque, che la co. vale 4. diremo, che la prima parte, quale fu posta 1. co. sarà 4. & la seconda, che fu posta il restante fino a 10. cioè 10. m. 1. co. sarà il restante fino a 10. cioè 10. m. 4. che è 6. Et ben si vede, che a moltiplicare 2. metà della prima



prima 4 via 2 terzo della sec. 6. produce 4. ch'è quanto la prima. Ancora hauendo posto le due parti del 10. essere la prima 1.co. & 10. m. 1.co. la seconda. Pigliando l'unità della prima, si potrà dire ella essere 1.co. esimo di 2. scriuendola in forma di rotto, che per numeratore habbi l'1. co. da partire, & per denominatore il 2. partitore. Et pigliando il terzo della seconda si potrà similmente dire, ch'è 10. m. 1.co. esimo di 3. Et moltiplicatili insieme al modo de' rotti, cioè il numeratore, via il numeratore, & il denominatore, via il denominatore, il prodotto sarà 10. co. m. 1.co. esimo di 6. Et questo prodotto douendo essere quanto la prima, sarà eguale a 1.co. Onde per leuare la forma del rotto, moltiplicando ciascuna d'esse due quantità, cioè 10.co. m. 1.co. esimo di 6. Et 1.co. per il denominatore del rotto, cioè per 6. se ne produrrà 10.co. m. 1.co. eguale a 6.co. & però per venire a Capitolo particolare, giunto 1.co. (ch'è il m.) & leuato 6.co. (poiché in ciascuna delle due quantità vi sono co. & le 6.co. sono il minor numero d'esse co.) da ciascuna parte si hauerà 4.co. eguali ad 1.co. & hora partito ciascuna d'esse due quantità per 1.co. ne verria 4 eguale ad 1.co. & però la co. valeria 4 perché 4. sarà la prima parte, & 6. la seconda. Et in questo modo potremo operare, se ci piacerà, in simili occorrenze.

seconda 1.co.	prima 10. m. 1.co.
$\frac{1}{2}$ .co.	$\frac{1}{3}$ . m. $\frac{1}{2}$ .co.
prodotto loro $1\frac{2}{3}$ .co. m. $\frac{1}{6}$ .ce.	Egual a 10. m. 1.co.
$2\frac{1}{3}$ .co.	Egual a 10. più $\frac{1}{3}$ .ce.
16.co.	Egual a 1.co. più 60.
8	
8	8
64	2
cauato 60	somma 10
resta 4	resta 6
la rad è 2	Però 10. ouero 6. vale la co.

con questa posizione saremmo peruenuti al Capitolo di ce. & numero eguale a co. però conforme alla sua regola da 64. quad. della metà del numero delle co. cauato 60. numero della Equazione, che resta 4. & d'esso 4. presa la R. ch'è 2. questo 2. giunto ad 8. metà del numero delle co. sarà 10. ouero questo 2. cauato da 8. metà del numero delle co. restaria 6. perché 10. ouero 6. sarà il valore della co. Che se pigliaremo 10. l'1.co. più 60. sarà 100. più 60. cioè 160. & anco le 16. co. fanno l'istesso 160. Et pigliando 6. 1.co. più 60. sarà 36. più 60. cioè 96. & anco le 16. co. fanno l'istesso 96. Ma perché questa soluzione ha da seruire, a fare di 10. due parti tali, che a moltiplicare la  $\frac{1}{2}$ . della prima per l'1. della seconda, facci quanto la prima; Se ponessimo la co. valere 10. all'ora la seconda posta 1.co. sarà 10. & la prima posta 10. m. 1.co. sarà 10. m. 10. cioè 0. ch'è niente. Et se bene a moltiplicare l'1. di 10. prima via la  $\frac{1}{2}$ . di 0. seconda, cioè  $\frac{1}{2}$ . via 0. fa 0. ch'è la prima, non perciò questa è conueniente diuisione, perché non si verria a fare di 10. due parti altrimenti (come si vuole,) dando tutto il 10. alla seconda. Onde si douerà dire, che la co. vale 6. & che perciò la seconda parte, posta 1.co. sia 6. & la prima posta 10. m. 1.co. cioè il resto fino a 10. sia 4. accioché l'1. di 6. via la  $\frac{1}{2}$ . di 4. cioè 2. via 2. facci 4. prima parte. Però notisi, che se bene nel Capitolo di ce. & numero eguale a co. la co. può hauere due valute; che hora hauendo 1. ce. più 60. eguale a 16.co. può valere 10. & anco può valere 6. Nondimeno rispetto alli casi, o domande, nella soluzione delli quali interuiene, o si adopra esso Capitolo di ce. & numero eguale a co. non è necessario, che ciascuna delle due valute della co. trouate in esso Capitolo, siano a proposito per rispondere ad esse domande, ma l'vna di loro seruirà ben sempre quando però la posizione fatta conuenia al quesito proposto, cioè, che il supposito, che si fa in essa non repugni al possibile. Che come nel presente caso, o domanda del fare di 10. due parti tali, che a moltiplicare la  $\frac{1}{2}$ . della prima, via l'1. della seconda, produca la prima nella soluzione del quale, ci siamo seruiti del Capitolo di ce. & numero eguale a co. vediamo, che se bene quanto all'Agguagliatione d'1.co. più 60. eguale a 16.co. la co. può valere 10. & anco 6. nondimeno, quanto alla risposta da darsi, ella non valerà se non 6. accioché la seconda parte del 10. sia 6. & la prima 4. Ne si dirà, che ella vagli 10. perché all'ora yna parte, cioè la seconda, sarà tutto il 10. & l'altra 0. cioè niente, il che non è risposta conueniente a tal domanda.

Et se nel cercare le due parti del 10. tali, che il dutto della  $\frac{1}{2}$ . della prima, via l'1. della seconda, produca la prima, considerassimo se elle possono essere eguali, cioè se ciascuna d'esse possa essere la metà del 10. all'ora potremmo ponere l'vna essere 5. & l'altra 5. che la metà di 5. via l'1. di 5.



di 5. via l'1. di 5. cioè  $\frac{1}{2}$ . via  $\frac{1}{4}$ .  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ . il che non è eguale a 5. che faria la prima parte; perche  
vediamo, che le due parti del 10. tali come si ricerca, non possono essere eguali fra loro; Onde  
douendo essere ineguali, potremo ponere, che l'vna sia la mita del 10. & 1. di più, & l'altra sia il  
resto, cioè l'altra mita del 10. & 1. di manco, che così trouando quanto vale l'cosa; sapremo  
quanto più di 5. sia l'vna, & però quanto manco di 5. sia l'altra. Hora sia la prima 5. p. 1. & la  
seconda 5. m. 1. che la mita della prima, via l'  $\frac{1}{2}$ . della seconda, cioè 5. p. 1. & esimo di 2. via 5. m. 1.  
& esimo di 3. produrrà 25. m. 1. & esimo di 6. & questo (douendo essere quanto la prima posta 5. p.  
1. co.) sarà eguale a 5. p. 1. & per venire all'Agguagliamento facile, leuaremo la forma del Pro-  
to, moltiplicando ciascuna delle due quantità per il denominatore, o nominatore, che haue-  
mo 25. m. 1. & esimo di 6. & hora giunto 1. & esimo di 2. da ciascuna parte, haueremo o.  
eguale a 5. p. 6. co. p. 1. & esimo di 2. cioè niente, egua-  
le a qualche cosa ( & 1. co. p. 6. co. p. 5. & qual  
che cosa, perche oltre che il 5. num. è quan-  
to a qualche cosa, significando 5. & non se ne hauen-  
do a detrabere cosa alcuna, perche in effe-  
quantità non vi è parte alcuna segnaa co-  
m; anzi perche così 1. co. come le 6. co. son  
segnate co' l'più, vi si deuono aggiungere,  
& sappiamo la co. essere, o significare qual  
che quantità, perche ella è quello in che  
scuna delle due parti deuue essere differente  
dalla mita del 10. che sappiamo esser due  
parti douere essere ineguali ) il che è impossibile; perche conosciamo essere impossibile la posi-  
tione adoprata; ch'è stata ponendo la prima parte essere 5. p. 1. co. Cioè così conosciamo, che la  
prima parte non può eccedere 5. mita del 10. ma che ella deuue essere minore di 5. Onde per ve-  
dere di quanto ella sarà minore, poneremo che esso quanto in che deuue essere minore sia 1. co. &  
che perciò ella sia 5. m. 1. co. che la seconda sarà il resto fino a 10. cioè 5. p. 1. co. & il dutto della  
mita della prima, nell'  $\frac{1}{2}$ . della seconda, cioè di 5. m. 1. co. esimo di 2. via 5. p. 1. co. esimo di 3. sarà  
25. m. 1. & esimo di 6. & questo douendo es-  
sere quanto la prima, sarà eguale a 5. m. 1.  
1. co. onde leuando il sotto, cioè moltipli-  
cando ciascuna delle due quantità per il  
denominatore, haueremo poi 25. m. 1. &  
eguale a 30. m. 6. co. & leuando il m, cioè  
giorgedo 1. & esimo di 6. co. a ciascuna parte ha-  
ueremo 25. più 6. co. eguale a 30. più 1. &  
& leuando il 25. (numero minore da cia-  
scuna parte haueremo 6. co. eguale a 1. co.  
p. 5. Et in questo Agguagliamento di cose,  
eguale ad 1. co. & numero cauato il nume-  
ro 5. da 9. quad. della mita del numero del-  
le co. resta 4. la rad. del che è 2. qual 2. gior-  
to a 3. o cauato da 3. mita del num. delle co.  
fa 5. ouero 1. però 5. ouero 1. potrà valere in  
co. ( che quanto al 5. le 6. co. sono 30. & l' r.  
co. p. 5. è 25. p. 5. cioè anch'egli 30. Et quan-  
to all' 1. le 6. co. sono 6. & l' r. co. p. 5. è 1. p. 5.  
cioè 6. anch'egli. ) Onde se ci vorremo seruire del 5. diremo che la prima parte del 10. posta 5.  
m. 1. co. sarà 5. m. 1. & esimo di 6. & la seconda parte posta 5. più 1. co. sarà 5. più 5. cioè 10. ma questa ri-  
sposta non è conueniente, perche vna parte sarà 6. & l'altra sarà tutto il 10. cioè il 10. non ver-  
rà a diuidersi altrimenti in due parti, però non douiamo seruirci del 5; per valore della co. mita  
dell' 1. che così 5. m. 1. co. sarà m. 1. cioè 4. & 5. più 1. co. sarà 5. più 1. cioè 6. & però la prima parte  
del 10. dirà essere 4. & la seconda 6.  
Et notisi, che se bene hora poniamo, che la prima parte del 10. sia 1. & hora che ella sia la mita  
del 10. cioè 5. più 1. co. ouero m. 1. co. noi potiamo ponere, che ella sia qual altra quantità si vo-  
gli, cioè, o 3. co. o 10. co. o  $\frac{1}{2}$ . co. o 3. più 1. co. o 7. m. 1. co. o 6. m. 4. co. o altro a beneplacito; che nel  
l'Agguagliamento; o trouaremo il valore della co. o conosceremo, che la positione fatta non pos-  
sa seruire; bene è vero, che per non fare positione a caso; si suole farla in maniera, che la opera-  
tione

prima 5. p. 1. co.      seconda 5. m. 1. co.  
5. p. 1. co. esimo di 2.      5. m. 1. co. esimo di 3.  
prodotto 25. m. 1. & esimo di 6.      Eguale a 5. p. 1. co.  
25. m. 1. & esimo di 6.      Eguale a 30. p. 6. co.  
o.      Eguale a 1. & esimo di 6. co. p. 5.  
Ouerò  
2  $\frac{1}{2}$ . p. 1  $\frac{1}{2}$ . co. via 1  $\frac{3}{4}$ . m.  $\frac{1}{4}$ . co.  
prodotto 4  $\frac{1}{4}$ . m.  $\frac{1}{8}$ . & esimo di 2.      Eguale a 5. p. 1. co.  
o.      Eguale a  $\frac{1}{6}$ . & esimo di 3. p. 1. co. p.  $\frac{1}{2}$ .

prima 5. m. 1. co.      seconda 5. più 1. co.  
5. m. 1. co. esimo di 2.      5. più 1. co. esimo di 3.  
prodotto 25. m. 1. & esimo di 6.      Eguale a 5. m. 1. co.  
25. m. 1. & esimo di 6.      Eguale a 30. m. 6. co.  
6. co.      Eguale a 1. & esimo di 6. co. p. 5.  
 $\frac{3}{3}$        $\frac{3}{3}$   
 $\frac{3}{3}$        $\frac{3}{3}$   
 $\frac{9}{9}$       somma 5      resta 1  
cauato 5      ouero 1. vale la cosa.  
resta 4  
la R. è 2



zione sia facile, & conueniente la domanda; & sempre, che facci a proposito, si vuol ponere la cosa, che si cerca essere 1. co. Ouero quando si tratta di diuidere vna quantita in due parti tali, che il prodotto d'esse, o che la operatione deriuante da esse sia d'vna quantita data si vuol ponere, che l'vna parte sia la mita più 1. co. & l'altra parte sia l'altra mita d'essa quantita in 1. co.

Notisi, che di due quantita, tanto si produce a moltiplicare l'vna parte della prima, via vn'altra parte della seconda, quanto a moltiplicare l'vna parte della seconda, via vn'altra parte della prima. Come per esemplo di 4. & 6. tanto fa a moltiplicare l'  $\frac{1}{2}$ . di 4. via l'  $\frac{1}{3}$ . di 6. quanto a moltiplicare l'  $\frac{1}{3}$ . di 4. via l'  $\frac{1}{2}$ . di 6. cioe tanto fa a moltiplicare 2. via 2. che fa 4. quanto a

moltiplicare 1.  $\frac{1}{2}$ . via 3. che fa pur 4. perche da 2. mita di 4. ad 1.  $\frac{1}{2}$ . terza parte dell' istesso 4. e quella conuenienza, ch'è da 1.  $\frac{1}{2}$ . a 1.  $\frac{1}{3}$ . (essendo 2. & 1.  $\frac{1}{3}$ . la 1.  $\frac{1}{2}$ . & l'  $\frac{1}{3}$ . d'vna istessa quantita 4.) & da 3. mita di 6. a 2. A. terza parte di 6. è la medesima conuenienza, ch'è da 1.  $\frac{1}{2}$ . a 1.  $\frac{1}{3}$ . (essendo 2. & 3. A. medefinamente l'  $\frac{1}{2}$ . & l'  $\frac{1}{3}$ . d'vna istessa quantita 6.) Onde da 2. ad 1.  $\frac{1}{3}$ . essendo la conuenienza istessa, ch'è da 3. a 2. A. Considerando queste quattro quantita 2. 1.  $\frac{1}{2}$ . 3. 2. A. essere tali, che la conuenienza della prima 2. alla seconda 1.  $\frac{1}{2}$ . è come dalla terza 3. alla quarta 2. A. ne segue (come si è mostrato nel nostro Trattato della Regola del Tre) che il prodotto della prima 2. nella quarta 2. A. sia eguale al prodotto della seconda 1.  $\frac{1}{2}$ . nella terza 3. Ma la prima, & la quarta di queste quattro, sono sempre l'vna parte della prima, & l'vn'altra parte della seconda delle due principali quantita proposte. Et la terza, & seconda di queste quattro, sono sempre l'vna parte della seconda, & l'vn'altra parte della prima delle medefine due principali quantita proposte, però è chiaro, che tanto è il prodotto dell'vna parte della prima, via vn'altra parte della seconda, quanto è il prodotto dell'vna parte della seconda, via l'vn'altra parte della prima.

Et se nel cercare le due parti del 10. tali, che la  $\frac{1}{2}$ . della prima, via l'  $\frac{1}{3}$ . della seconda, produca la prima, haueressimo posto a caso, la prima essere 4. più 1. co. che perciò la seconda saria 6. men. 1. co. all' hora la  $\frac{1}{2}$ . della prima, via l'  $\frac{1}{3}$ .

della seconda, cioe 2. più  $\frac{1}{2}$ . co. via 2. men.  $\frac{1}{3}$ . co. saria 4. più  $\frac{1}{3}$ . co. men.  $\frac{1}{6}$ . z. & questo douendo essere quanto la prima, saria eguale a 4. più 1. co. onde gionto  $\frac{1}{6}$ . z. a ciascuna parte, & leuato 4. &  $\frac{1}{3}$ . co. si haueria  $\frac{1}{6}$ . z. più  $\frac{1}{3}$ . co. Eguale a 0. Dalche si conosce, il valore della co. essere niente; poiche accio, che  $\frac{1}{6}$ . z. più  $\frac{1}{3}$ . co. sia eguale a 0. cioe sia niente; conuiene, che la co. vaghi niente; Onde la prima parte, posta 4. più 1. co. sarà 4. più 0. cioe 4. & la seconda posta 6. men. 1. co. sarà 6. men. 0. cioe 6. Si poteua anco dire, che nella operatione detta si vede, che il prodotto 4. più  $\frac{1}{3}$ . co. men.  $\frac{1}{6}$ . z. è minore di 4. più 1. co. posto essere la prima parte; perche 4. è eguale a 4. ma  $\frac{1}{3}$ . co. men.  $\frac{1}{6}$ . z. è minore, cioe non arriua ad 1. co. o vogliamo dire (che è l'istesso) che  $\frac{1}{3}$ . co. non arriua a 1. co. più  $\frac{1}{6}$ . z. Onde non arriuando esso prodotto alla prima parte, è legro, che essa prima parte non è tanto grande, quanto si è posto che ella sia; cioe non può essere, o arriuare a 4. più 1. co. o vogliamo dire ella non può passare 4. perche all' hora ella se prabondaria il prodotto delle parti dette. Onde si potrà ponere, che essa prima parte sia 4. men. 1. co. & però la seconda 6. più 1. co. che colli il duto della mita di 4. men. 1. co. via  $\frac{1}{2}$ . di 6. più 1. co. cioe di 2. men.  $\frac{1}{2}$ . co. via 2. più  $\frac{1}{2}$ . co. sarà 4. men.  $\frac{1}{2}$ . co. men.  $\frac{1}{6}$ . z. il che douerà essere, eguale alla prima, cioe a 4. men. 1. co. Onde leuati li meno, & 4. da ciascuna banda haueremo  $\frac{1}{6}$ . co. eguale ad  $\frac{1}{6}$ . z. & schifato, o partiro per  $\frac{1}{6}$ . co. haueremo 4. eguale a 1. co. per ilche la co. valerà 4. onde la prima posta 4. men. 1. co. sarà 4. men. 4. cioe 0. & la seconda posta 6. più 1. co. sarà 6. più 4. cioe 10. ma il dire, che la prima è niente, & la seconda è 10. non si conuiene, perche il 10. cosi non si viene a diuidere in due parti

come si ricerca; per ilche conosciamo, che ne anco questa positione ci può seruire, cioe, che la prima non può essere 4. men. 1. co. o vogliamo dire, che la prima non può essere 4. meno qualche cosa. Et perche vedesimo, che ella non poteua ne anco essere 4. più 1. co. cioe 4. più qualche cosa, si conosce, che douerà essere 4. precise, essendo la seconda il resto fino a 10. cioe 6.

Et no.



Et notifi, che da questa positione sola di 4. m. 1. r., per la prima parte, nō conosciamo la r. valere o. come dalla superiore di 4. p. 1. r., & perciò non potiamo dire la prima essere 4. m. o. cioè 4. & la seconda 6. p. o. cioè 6. & di qui hauere le due parti reali del 10. come da quella di 4. p. 1. cosa. Ma habbiamo vn'altra cōclusionē che non ci può seruire, concludēdo la r. valere 4. che perciò la prima saria o. & la seconda 10. Onde auertasi bene, che nel ponere diuersamente, alle volte si trouano diuerse risposte, delle quali alcuna sarà finta, ò non seruirà come in questa, & alcuna potrà essere reale, & seruire, come nella superiore, quale se bene pareva inutile, vedendosi hauere 2, & r. eguali a niente, ci serui nondimeno a trouare le due reali parti del 10. che si domandano.

prima 2. p. 1. r.      seconda 8. men. 1. co.  
 $1. \frac{1}{2} \frac{1}{2} r.$        $2 \frac{1}{2} \text{ men. } \frac{1}{2} r.$   
 prodotto  $2 \frac{1}{2} p. 1. r. \text{ men. } \frac{1}{2} r.$       Eguale a  $2. p. 1. r.$   
 $\frac{1}{2}$       Eguale a  $\frac{1}{2} r.$   
 4.      Eguale a 1. z.  
 2.      Eguale a 1. r.

cioè la r. valerà 2.

5. più 1. r. farà 2. più 2. cioè 4. per la prima.  
 8. men. 1. r. farà 8. men. 2. cioè 6 per la seconda.

4. per il che la prima posta 2. p. 1. r., saria 2. più 3. cioè 4. & la seconda posta 8. men. 1. r., saria 8. m. 2. cioè 6.

Et dicendosi, Diuidasi 10. in due parti tali, che il prodotto loro sia quanto il quintuplo della prima. Se ponremo la prima essere poniamo 6. più 1. r., & però la seconda 4. m. 1. r.; il lor prodotto 24. m. 2. r. m. 1. z., sarà eguale a 30. più 5. r.; Onde accomodati li m., & leuato 24. da ciascuna parte, haueremo 6. più 7. co. più 1. z. eguale a o. cioè 6. più 7. r., più 1. z., douerà essere niente, il che è impossibile (che doue interuiene numero libero, cioè sciolto da denominatione Algebrati ca, esso numero libero, ch'è sempre qualche cosa, cioè ch'è sempre quanto egli significa, non può essere eguale a niente. Possono bene li numeri delle dignità Algebratiche, ò vogliamo dire denominati da dignità Algebratiche siano quanti, & quali si vogliano, essere eguali a niente, ò significare niente, perche può la cosa valere niente, & consequentemente il censo, etc. che perciò quante co. & ce. & c. si vogliono sariano sempre niente) di qui dunque vediamo essere impossibile, che la prima parte del 10. sia 6. più 1. co. Et se vorremo vedere se ella deue essere più, ò manco di 6. considereremo, che non arriuando il prodotto di dette due parti, così poste al quintuplo della prima, poiché 24. men. 2. co. men. 2. z., è minore di 30. p. 5. co. ne segue, che il quintuplo della prima, & però essa prima non può essere tanto grande come si pone, perche egli soprauanzaria il prodotto detto, & noi vogliamo, che gli sia eguale; onde vediamo, che la prima non può essere più di 6. Questo medesimo conosceremo ancora, cioè la prima parte del 10. non potere essere più di 6. considerando, che quando ella douesse essere più di 6. all' hora la co. aggiunta al 6. nella positione seruirebbe per trouare quel più, poiché venendo alla Equatione, ò Agguagliamento, si trouaria il valore della co. quale gioto al 6. formaria la prima parte. Ma ella ne anco può essere 6. cioè arriuare a 6. perche haueressimo trouato il valore della cosa, douere essere niente, & perciò 6. più 1. co. essere

ponasi la prima 3. più 1. r. La seconda 8. men. 1. r.  
 prodotto 16. più 6. r. men. 1. z.      Eguale a 10. più 5. r.  
 $6. \text{ più } 1. r.$       Eguale a 1. z.  
 $\frac{1}{2} \text{ via } \frac{1}{2} \text{ fa } \frac{1}{2}$  & giontoli li 6. fa  $6 \frac{1}{2}$ .  
 la R. è  $2 \frac{1}{2}$ . che giontoli  $\frac{1}{2}$  fa 3. per il valore della co.  
 però 2. più 3. cioè 5. sarà la prima.  
 & 8. men. 3. cioè 5. sarà la seconda.

ponēdo la prima 2. più 4. r. La seconda saria 8. m. 4. r.  
 prodotto 16. più 24. men. 16. z.      Eguale a 10. più 20. r.  
 $6. \text{ più } 4. \text{ co.}$       Eguale a 16. z.

$\frac{2}{4}$   
 $\frac{2}{4}$   
 $\frac{2}{4}$   
 6. via 6. fa 96  
 100. la R. è 10. giontoli 2. fa 12. partito  
 per 16. numero delli z. ne viene  $\frac{3}{4}$ . & questo è il valore della r., però la prima posta 2. più 4. r., sarà 2. più 3. cioè 5.  
 & la seconda posta 8. men. 4. co. sarà 8. men. 3. cioè 5.

prima 6. m. 1. r.      seconda 4. più 1. co.  
 prodotto loro 24. più 2. co. m. 1. z.      Eguale a 30. m. 5. r.  
 $7. \text{ co.}$       Eguale a 1. z. più 6.  
 $3 \frac{1}{2} \text{ via } 3 \frac{1}{2} \text{ fa } 12 \frac{1}{4}$  cauatone 6  
 resta  $6 \frac{1}{4}$ . la R. è  $2 \frac{1}{4}$ . che gionta, & cauatata a  $3 \frac{1}{2}$  fa 6.  
 ouero 1. però 6. ouero 1. valerà la co.

Et se ci fusse parso di ponere, che la prima delle due parti del 10. fusse 2. più 1. co. la seconda saria 8. m. 1. r., onde la metà della prima, via  $1 \frac{1}{2}$ . della seconda, cioè 2. più 1. co. esimo di 2. via 2. m. 1. r. esimo di 3. produrrà 16. più 6. r. m. 1. z. esimo di 6. il che doueria essere eguale a 2. p. 1. r., che si pose essere la prima, onde accomodando le parti della Egguagliatione, haueressimo 4. eguale ad 1. r., & però la r. ch'è R. d'1. z., valerebbe 2. ch'è la R. di

essere



essere 6. piu 6. cioè 6. precise. Ella sarà inaco di 6. che per trouarlo, ponendo questo inaco di 6. effe-  
ro 1. co. cioè la prima parte del 10. effere 6. men. 1. co. & però la seconda 4. piu 1. co. il loro prodot-  
to 24. piu 2. co. men. 1. z. sarà eguale a 30. men. 5. co. quintuplo della prima. Onde accomodati li  
men. & leuato 24. da ciascuna banda, haueremo 7. co. eguale a 6. piu 1. z. Et seguendo la Re-  
gola di questo Capitolo, vedremo la co. poter valere 6. ouero 1. & però quel masco, cioè quello  
in che la prima parte a minore di 6. detto, sarà 6. ouero 1. che pigliando il 6. ella sarà 6. men. 6.  
cioè 0. il che non fa nostro proposito, ma pigliando l'1. ella sarà 6. men. 1. cioè 5. & però la secon-  
da parte sarà il resto fino a 10. ch'è 5.

Et se ponessimo la prima parte del 10. effere 5. piu 6. co. & perciò la seconda 5. men. 6. co. il lo-  
ro prodotto 25. men. 3. 6. co. sarà eguale a 25. piu 3. co. onde accomodato il men. & leuato 25. da  
ciascuna parte, haueressimo 0. eguale a 3. 6. co. piu 3. co. per il che vediamo la co. douer valere  
niente. Onde la prima parte posta 5. piu 6. co. sarà 5. piu 6. volte 0. cioè 5. & la seconda posta 5.  
men. 6. co. sarà 5. men. 6. volte 0. cioè sarà 5. anch'ella. Et hen si vede, che il prodotto loro 25. e  
quintuplo alla prima 5.

Et se hauesimo posta la prima parte del 10. effere 5. piu 1. co. & però la sec. 5. men. 1. co. il loro  
prodotto 25. men. 1. co. sarà eguale a 25. piu 5. co. quintuplo della prima, onde ridotta la Aggua-  
gliatione a parti libere da meno, & da numero, o quantità eomuni, cioè accomodato il men. &  
leuato 25. da ciascuna banda, haueressimo 1. co. piu 5. co. eguale a 0. & però la co. verrà a valere  
similmente niente, onde 5. piu 1. co. sarà pure 5. piu 0. cioè 5. per la prima parte, & 5. men. 1. co. a  
saria pure 5. men. 0. cioè 5. per la seconda.

Et ponendosi la prima parte effere 5. in 1. co. & la seconda 5. p. 1. z., il loro prodotto sarà 25. in  
1. z. & però eguale a 25. in 1. z., quintuplo della prima, onde accomodati li m. & leuato 25. da cia-  
scuna banda, haueressimo 5. z. eguale a 1. z. & schifato, o partito per 1. z. si haueria 5. eguale a 5.  
cioè la 1. valeria 5. Onde la prima posta 5. in 1. z., sarà 5. in 5. cioè 0. & la seconda posta 5. p. 1. z.,  
saria 5. p. 5. cioè 10. La qual solutione vediamo non essere a proposito nostro, & da ella non po-  
terli hauere conffrutto alcuno.

Ma se ponremo (come è semore ben fatto per espedirfene subito, in questi casi doue non sap-  
piamo delle due parti da farsi del 10. dato, se quella che ha da mostra e lo Agguagliamento nel-  
la operatione, che si fa di lei, sia per essere maggiore, o minore della metà del 10. dato) la prima  
effere 1. co. & però la seconda 10. men. 1. co. (che quando si dicesse semplicemente; *Diuidasi 10.  
dato in due parti tali, che il loro prodotto, o la  $\frac{1}{2}$ . di li  $\frac{1}{2}$ . o il doppio del lor prodotto, o simili; sia un  
determinato numero, o quantità (cioè che non sia necessitato ad hauere particolare co. conueni-  
ente con la prima, o con la seconda d'esse parti)* all' hora sarà expediente il ponere l'vna effere la  
mità del 10. dato p. 1. co. & l'altra la metà del 10. dato m. 1. z.) all' hora il prodotto loro 10. z. in 1.  
z. sarà eguale a 5. z., quintuplo della prima, onde accomodato il m. & leuato 5. z. da ciascuna  
banda, haueremo 5. z. eguali a 1. z., & schifato, o partito ciascuna quantità per 1. z. si hauerà 5.  
eguale a 1. z. & però la 1. valerà 5. onde la prima parte posta 1. z., sarà 5. & la seconda posta 10. m.  
1. z., sarà 10. m. 5. cioè 5. anch'ella.

prima 1. z. seconda 10. m. 1. z.  
prodotto 10. z. in 1. z. Eguale a 50. m. 5. z.

15. z. Eguale a 1. z. p. 50.

7. z. via 7. z. se 56. z. Cauatone

50. resta 6. z. la rad. è 2. z. quale

giōra, & cauata a 7. z. fa 10. oue-

ro 5. però 10. ouero 5. vale la 1.

la prima parte posta 1. z. sarà 10. & però la

pigliando il 5. la prima parte posta 1. z., sarà 5. & però la

gnà. Ma i brisi, che in questa domanda, che il duto delle parti del 10. sia quintuplo alla secon-

da, è ben fatto il ponere, che questa seconda (cioè la nominata a fare la operatione; o Aggua-

gliamento che occorre) sia l'1. z. & però la prima 10. men. 1. z.; che così il prodotto loro 10. z.

meno 1. z. sarà eguale a 5. z. quintuplo della seconda, & però 5. co. sarà eguale a 1. censo, & pe-

rò 5. eguale a 1. co. Onde la co. valerà 5. cioè la seconda sarà 5. & la prima il resto fino a 10.

ch'è pure 5.

Diuidasi 10. in due parti tali, che al quadrato dell'vna, giōnto 6, facci quanto a moltiplicarē

l'altra per la metà dell'vna.

Et se hauesimo detto. Diuidasi 10. in due parti  
tali, che il prodotto loro sia quintuplo alla seconda.  
Ponendo la prima effere 1. z. la seconda saria 10. m. 1.  
z., & il loro prodotto 10. z. men. 1. z., saria eguale a  
50. men. 5. z., quintuplo della seconda, onde accom-  
modati li men. haueremo 15. z. eguale a 50. p. 1. z.,  
però in questo Capitolo di 1. z. eguale a 2. z. & numero,  
che può hauere due valute diuersē della 1. z. vedremo  
che ella valeria 10. ouero 5. che se pigliaremo il 10.

il che non fa a proposito; ma  
se pigliaremo il 5. & però la seconda, saria 5. anch'ella, come biso-  
gna. Ma i brisi, che in questa domanda, che il duto delle parti del 10. sia quintuplo alla secon-  
da, è ben fatto il ponere, che questa seconda (cioè la nominata a fare la operatione; o Aggua-  
gliamento che occorre) sia l'1. z. & però la prima 10. men. 1. z.; che così il prodotto loro 10. z.

meno 1. z. sarà eguale a 5. z. quintuplo della seconda, & però 5. co. sarà eguale a 1. censo, & pe-  
rò 5. eguale a 1. co. Onde la co. valerà 5. cioè la seconda sarà 5. & la prima il resto fino a 10.

Diuidasi 10. in due parti tali, che al quadrato dell'vna, giōnto 6, facci quanto a moltiplicarē

l'altra per la metà dell'vna.

Ponasi



Donasi l'vna, cioè la prima. Et l'altra cioè la seconda.

$$\begin{array}{r} 1. r. \\ \text{però } 1. r. \text{ p } 6. \text{ sarà Eguale a } 39. r. \text{ m } \frac{1}{2}. z \\ 1. \frac{1}{2}. r. \text{ p } 6. \\ 3. z. \text{ p } 4. \end{array}$$

38. m 1. r.  
via  $\frac{1}{2}. r.$   
19. r.  
12.  $\frac{2}{3}. r.$   
6.  $\frac{1}{3}.$   
via 6.  $\frac{1}{3}.$   
fa 40.  $\frac{1}{3}.$   
cauato 4.  
resta 36.  $\frac{1}{3}.$  che fa B. è B. 36.  $\frac{1}{3}.$   
quale gionta, ò cauata a 6.  $\frac{1}{3}.$  la somma, è restante mo-  
straria il valore della r, onde la r, & però la prima  
parte posta 1. r, sarà 6.  $\frac{1}{3}.$  p B. 36.  $\frac{1}{3}.$   
ouero. 6.  $\frac{1}{3}.$  m B. 36.  $\frac{1}{3}.$   
Et però la seconda parte sarà  
31.  $\frac{2}{3}.$  m B. 36.  $\frac{1}{3}.$   
ouero. 31.  $\frac{2}{3}.$  p B. 46.  $\frac{1}{3}.$

Et per seconda. 31.  $\frac{2}{3}.$  m B. 36.  $\frac{1}{3}.$   
mità della prima 31.  $\frac{2}{3}.$  p B. 9.  $\frac{1}{3}.$

$$\begin{array}{r} 25. r. \\ 5. \frac{1}{3} r. \\ 100. \frac{1}{3} r. \text{ m } 18. \frac{1}{3} r. \text{ cioè } \\ 82. \frac{2}{3} r. \text{ p } 38. \frac{1}{3} r. \text{ volte } 12. \frac{2}{3} r. \end{array}$$

è il prodotto, quale è bene eguale alla somma trouata.

Et per seconda. 31.  $\frac{2}{3}.$  p B. 36.  $\frac{1}{3}.$   
mità della prima. 31.  $\frac{2}{3}.$  m B. 9.  $\frac{1}{3}.$

prodotto. 82.  $\frac{2}{3}.$  meno B. 36.  $\frac{1}{3}.$  volte 12.  $\frac{2}{3}.$  quale è bene eguale alla somma trouata.

Et così vediamo, che la domanda può hauere due risposte, cioè potiamo dire, che delle due parti del 36. tali come si cerca.

La prima sarà 6.  $\frac{1}{3}.$  p B. 36.  $\frac{1}{3}.$  Et la seconda 31.  $\frac{2}{3}.$  m B. 36.  $\frac{1}{3}.$  Ouero che

La prima sarà 6.  $\frac{1}{3}.$  m B. 36.  $\frac{1}{3}.$  Et la seconda 31.  $\frac{2}{3}.$  p B. 36.  $\frac{1}{3}.$

Di qui conosciamo, che in questo Caso, nel Capitolo di r. Eguali a z, & numero. Ciascuna delle due valute della r, fa a proposito, cioè che la prima parte del 38. può essere o. 6.  $\frac{1}{3}.$  p B. 36.  $\frac{1}{3}.$  ch'è vna valuta della r, ouero 6.  $\frac{1}{3}.$  m B. 36.  $\frac{1}{3}.$  ch'è l'altra valuta.

Et se delle due parti del 38. haueſſimo posto essere la prima 19. p 1. r. Et la seconda 19. m 1. r. Vedreſſimo ch'è il quad. solo della prima da se, senza giongerli il 6. faria maggiore del prodotto della seconda, via la metà della prima, perche esso prodotto, nasce da minori quantità multipliate fra loro, che non sono quelle da che nasce il quad. della prima, per il che conosciamo essere impossibile, che la prima sia più di 19. mità del 38. cioè maggiore della seconda.

$$\begin{array}{r} \text{prima } 19. p 1. r. \\ 19. p 1. r. \\ \text{quad. della prima } 361. p 38. r. p 1. z. \\ \text{giontoli } 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{somma } 367. p 38. r. p 1. z. \\ 186. \frac{1}{2} p 38. r. p 1. z. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Seconda. } 19. m 1. r. \\ \text{mità della prima. } 9. \frac{1}{2} p 1. r. \\ \text{prodotto. } 180. \frac{1}{2} m 1. z. \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Egual a } 180. \frac{1}{2} m 1. z. \\ \text{Egual a o.} \end{array}$$

In questo Agguagliamento, se solamente la quantità di dignità Algebratica, cioè le 38. r. p 1.  $\frac{1}{2}$ . cenſi, ſola fuſſe eguale a o. ſi diria eſſa quantità eſſere

niente, & però la r, valere niente, & perciò 19. p 1. r, & 19. m 1. r, eſſere eguali fra loro, eſſendo 19. p o. quanto 19. m o. Ma perche ancora vi è il numero aſſoluto, ò libero 186.  $\frac{1}{2}$ . che inſieme con detta quantità deue eſſere eguali a o. ſi vede che la poſitione è impoſſibile, cioè eſſere impoſſibile, che la prima parte del 38. ſia 19. ò più; poiche è impoſſibile, che alcun numero aſſolu-

K to' come



ro, come l'ora 180. 1/2, sia eguale a 0, cioè che importi niente. Onde conuiene variare positione, ponendo che la prima parte sia manco di 19, 1. r. Ouero che ella sia 1. r.

Ponendo la prima 19. m. 1. r.

Et la seconda 19. p. 1. r.

quad. della prima 361. m. 38. r. p. 1. z.

prodotto 180. 1/2. m. 1/2. z.

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

Egual a 180. 1/2. m. 1/2. z.

3. z. p. 373.

Egual a 38. r.

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

36. r.

3. z. p. 373.

25. 1/2. r.

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

12. 1/2. r.

3. z. p. 373.

12. 1/2. r.

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

160. 1/2. r.

3. z. p. 373.

cauato. 124. 1/2. r.

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

resta. 36. 1/2. r.

3. z. p. 373.

Er questa giunta, o

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

piu Bx. 36. 1/2. r.

3. z. p. 373.

Ouero 12. 1/2. m. Bx. 36. 1/2. r.

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

che l'vno, o

3. z. p. 373.

l'altro sarà il valore della + per la prima parte posta 19. m. 1. r. farà 19. m. 12. 1/2. piu Bx. 36. 1/2. r. cioè

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

6. 1/2. m. Bx. 36. 1/2. r.

3. z. p. 373.

Ouero sarà 19. (m. 12. 1/2. m. Bx. 36. 1/2. r.) cioè 6. 1/2. piu Bx. 36. 1/2. r.

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

Et la seconda parte

3. z. p. 373.

Diuidati 38. in due parti tali, che al quadrato della prima giunta 180. 1/2. la somma sia quanto a

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

moltiplicare la seconda per volte 1. 1/2. la prima.

10. m. 367. m. 38. r. p. 1. z.

Ponasi la prima.

1. r.

la seconda.

1. r.

38. m. 1. r.

1. z. piu 180. 1/2.

11. 5/6.

2. 1/2. z. piu 180. 1/2.

11. 2/3.

5. z. piu 361.

7. 1/3.

1. z. piu 2. 1/2.

30. 19. Ouero 3. 1/2. vale la co.

121.

però la prima posta 1. r. farà 19. ouero 3. 1/2.

cauato. 7. 1/3.

Essendo la prima 19. il suo quad. è 361. che

resta. 57. 1/3.

giuntoli 180. 1/2. fa 541. 1/2. Ancora la seconda

119. 2/3.

19. moltiplicata via volte 1. 1/2. la prima, cioè

11. 2/3.

via 28. 1/2. fa similmente 341. 1/2.

121.

prima 3. 1/2. seconda 34. 1/2.

cauato. 7. 1/3.

il quad. è 441. 1/2.

119. 2/3.

giunto. 180. 1/2.

121.

fa 194. 1/2. produce (9. 1/2. come bisogna.

cauato. 7. 1/3.

Qui conosciamo, che ciascuna delle due va-

119. 2/3.

lute della co. serue al nostro caso, & che perciò

121.

egli ha due risposte.

cauato. 7. 1/3.

Et di più vediamo, che con la proposta con-

119. 2/3.

dizione il 38. viene a potersi diuidere in due par-

121.

ti ineguali, & anco in due parti eguali.

cauato. 7. 1/3.

Et ponendo la prima 19. m. 1. r.

121.

Et la seconda 19. p. 1. r.

121.

34. 1/2. ouero 19. vale la cosa, però la secon-

121.

da quantità posta 1. co. farà 34. 1/2. ouero 19. Et

121.

la seconda 3. 1/2. ouero 19.

cauato. 7. 1/3.

Et da queste due operationi conosciamo,

121.

che tanto resulta a ponere la prima 1. cosa,

121.

& la seconda il resto fino a 38. quanto a pone-

121.

re la seconda 1. cosa, & la prima il restante

121.

fino a 38. poiche con ciascuna di dette due po-

121.

sizioni si troua ciascuna delle due valore del-

121.

la cosa.

121.

Et le



Et se ponremo la prima 19. piu 1. co. Et la seconda 19. meno 1. co.

19. piu 1. co. via 28. 1/2. piu 1. 1/2. co.

il suo quad. è 361. piu 38. co. piu 1. z.

giontoli 180. 1/2.

fa 541. 1/2. piu 38. co. piu 1. z. 541. 1/2. meno 1. 1/2. z.

38. piu 2. 1/2. z. Eguale a 0. però la co. vale 0.

onde la prima parte posta 19. piu 1. co. sarà 19. piu 0. cioè 19. & la seconda posta 19. meno 1. co. sarà 19. meno 0. cioè 19. Et così vediamo, che esse parti saranno eguali.

Et ci accorgiamo come altroue si è detto, che quando alcuna quantità di dignità Algebratica è eguale a 0. non si deue dire la agguagliatione essere impossibile, ma che la detta quantità è niente, & però la co. è il z, o altra simile positione essere, o valere quanto niente. La impossibilità de Casi, o Agguagliamenti si mostra bene, o si conosce, quando non si può vfare, o adoprare quella regola, che dà il Capitolo, o nel non poter cauare il num. dal quad. della metà del numero delle co. quado ciò si douesse necessariamente fare, o in simil modo, o da l'hauere finalmete qualche numero sciolto, o libero eguale a niente. Et anco da questa operatione conosciamo, che se bene il quesito può hauere due risposte, noi ne trouiamo solamente vna, ch'è il dire, che la prima parte è 19. piu 0. cioè 19. come la seconda; ma non ci accorgiamo, che la prima può ancora essere 3. cioè manco della metà del 38. perche ponendo la prima essere 19. piu 1. co. supponiamo, ch'ella sia la metà almeno di 38. cioè almeno 19. & però non potiamo da questa operatione conoscere, che anco può essere manco di 19. Onde è ben fatto quando ci vogliamo accorgere se le parti possono essere eguali, & anco ineguali (non lo sapendo in altro modo) ponere che l'vna, o prima parte sia 1. co. & l'altra, o seconda sia il rimanente.

4. piu 1/2. L. 24. meno 20. co. 7. Eguale a 6. co.

7. L. 24. meno 20. co. 7. Eguale a 6. co. meno 4.

24. meno 20. co. Eguale a 36. co. meno 48. co. piu 16.

8. piu 28. co. 8. Eguale a 36. z.

2/3. piu 7/3. co. 8. Eguale a 1. z.

72. 3/4. 1/8.

somma: 1/8. 1/8. la B. è 1/8. gionta a 3/8. metà del numero delle co. fa 1. però 1. è il valore della co. Onde 1. è il numero cercato.

Et ponendo la prima 19. meno 1. co. Et la seconda 19. piu 1. co.

19. meno 1. co. 28. 1/2. meno 1. 1/2. co.

il quad. è 361. meno 38. co. piu 1. z.

giontoli 180. 1/2.

fa 541. 1/2. meno 38. co. piu 1. z. Eguale a 541. 1/2. meno 1. 1/2. z.

2. 1/2. z. 38. co.

5. z. 76. co.

1. co. 15. 1/2. Cioè la co. vale 15. 1/2. però la prima po

sta 19. meno 1. co. sarà 15. 1/2. cioè 3. 3/4. & la seconda 34. 1/2.

Qui il valore della co. viene solo ad vn modo, & però non si vede il quesito hauere due risposte, cioè dal 38. potersi fare diuersamente due parti ta. i come si ricerca. Se bene con altra positione habbiamo visto, che anco può hauere vn'altra risposta, cioè che la prima parte può essere 19. & la seconda 19. cioè ciascuna di loro la metà di 38. Et ci accorgessimo delle due risposte, quando ponessimo la prima parte 1. co. perche la co. può valere, & la metà del 38. & più, & manco secondo che comporta il quesito. Ma qui ponendo la prima parte 19. meno 1. co. già supponiamo, che la prima parte deue essere minore di 19. & però trouiamo esa prima parte solo in quel caso quando è minore di 19. ma non ci accorgiamo se può anco essere 19. o più, come nella positione d'1. co. Però auertasi bene, che quando le due parti da farsi non sono necessariamente ineguali (cioè che anco possono essere eguali) all' hora per auerdersene si ponerà (come s'è detto) l'vno essere 1. co. & l'altra il restante.

Et questo tutto si è detto accioche lo studente vada acquistando pratica, & accortezza in queste operationi.

Trouisi vn numero, che moltiplicato per 20. & il prodotto cauato da 24. & alla radice del restante



reftante gionto 4. facci quanto la moltiplicare quel numero per 6.

Ponendo che il numero dá trouarli fia 1.co. moltiplicato per 20. farà 20. co. & questo cauato da 24. reftará 24. men. 20. co. & alla sua R. ch'è R. L. 24. men. 20. co. 7. gionto 4. fa 4. piu R. L. 24. men. 20. co. 7. & questo farà eguale al prodotto di detto numero 1.co. via 6. cioè a 6.co. Onde accioche per commodità R. L. 7. refti sola, cauaremo il 4. accompagnatoli da ogni banda, & haueremo R. L. 24. men. 20. co. 7. eguali a 6.co. men. 4. Et hora moltiplicando in fe stessa ciascuna di queste due quantità, haueremo 24. men. 20. co. eguali a 36. z. men. 28. co. piu 16. & accomodati li meno, haueremo 8. piu 28. co. eguale a 36. z. & ridotto a 1. z. (partendo ciascuna delle due quantità per 36. numero dell' cenfi) haueremo 1. z. eguale a  $\frac{1}{36}$  piu  $\frac{7}{36}$  co. Onde hora (come insegna la regola di questo Capitolo di ce. eguale a co. & numero) al quad. di  $\frac{7}{36}$ . mità del numero delle cole, quad. è  $\frac{49}{1296}$  gionto  $\frac{1}{36}$  ch'è il  $\frac{1}{36}$  numero, fa  $\frac{1}{36}$  & di questo preso la R. ella è  $\frac{1}{6}$ . alla quale gionto  $\frac{1}{6}$ . mità del numero delle co. fa 1. & questo 1. è il valore della co. però il num. cercato, che fù posto 1.co. farà 1. Et ben si vede, che questo numero 1. moltiplicato per 20. che fa 20. & questo 20. cauato da 24. che refta 4. & alla sua rad. ch'è 2. gionto 4. fa 6. qual 6. è a piùo quanto il prodotto di detto numero 1. via 6. qual prodotto è pur 6. Hora notifi, che hauendo detto nel superiore agguagliamento, che 8. piu 28. co. era eguale a 36. z. conofciamo, che anco la rad. dell' vna quantità farà eguale la rad. dell' altra, cioè alla rad. di 36. z. ch'è 6. co. farà eguale, rad. L. 28. co. piu 8. 7. ma alle medefime 6.co. era anco da principio eguale questa quantità 4. piu

Posto che il numero da trouare fia 1. cofa, & operando come ricerca il questo haueremo.

rad. L. 28. co. piu 8. 7. Eguale a 4. piu rad. L. 24. meno 20. co. L.

4. piu rad. L. 24. meno 20. co. 7.

28. co. piu 8. a 16. piu 24. men. 20. co. piu rad. L. 24. men. 20. co. 7. 8. volte.

48. co. men. 32. a 2 rad. L. 24. men. 20. co. 7. 8. volte.

2304. z. meno 3071. co. piu 1024. Eguale a 24. men. 20. co. 64. volte.

cioè a 1536. men. 1280. co.

2314. z. 512. piu 1792. co.

288. z. 64. piu 224. co.

36. z. Eguale a 8. piu 28. co.

1. z. a  $\frac{1}{36}$  piu  $\frac{7}{36}$  co. Però la cd. come di sopra vale 1.

Et 1. è il numero cercato.

rad. L. 24. men. 20. co. 7. però all' istesso 4. piu rad. L. 24. men. 20. co. 7. douerà essere eguale la rad. L. 8. piu 28. 7. Onde di qui potremo formare il presente quesito.

Trouifi vn numero, che moltiplicato per 20. & il prodotto cauato da 24. & alla rad. del reftante gionto 4. facci quanto a moltiplicare quel numero per 28. & al prodotto giongere 8. & della somma pigliare la rad. Et questo numero douerà essere il medesimo 1. detto di sopra, & però per trouarlo mediante la regola d' Algebra, ponendo ch' egli fia 1. co. trouaremo che la co. come di sopra vale 1.

Hora noti lo studente, che nell' Algebra di Rafael Bombello a cbrte 251. è scritto. Agguagli 4. piu rad. L. 24. men. 20. co. 7. a 2. co. Et si conclude, che la co. vale 1. Ma di sopra, noi agguagliammo la medesima quantità a 6.co. & trouammo pure la co. valere 1. Onde se la istessa quantità è eguale a 6.co. & anco a 2.co. & che così nell' vno agguagliamento come nell' altro, la co. vaghi 1. ne segue che 6.co. & 2.co. cioè 6. & 2. siano eguali fra loro; il che è impossibile. Ma noi sappiamo certo, che essa quantità può essere eguale a 6.co. valendo la co. 1. perche 24. men. 20. co. è 24. men. 20. co. cioè 4. del qual 4. la rad. è 2. che gionto a 4. fa 6. & questo 6. è bene quato 6.co. cioè 6. volte 1. che fa pur 6. Et valendo pure la co. 1. & perciò essendo 4. piu rad. L. 24. men. 20. co. 7. necessariamente 6. non può essere eguale a 2.co. che fariano solamente 2. volte 1. cioè 2. perche nella agguagliatione del Bombello è impossibile, che la co. vaghi 1. Ne più d' 1. può valere, perche se valesse poniamo  $1\frac{1}{2}$ . all' hora la rad. L. 24. men. 20. co. 7. faria rad. L. 24. men. 24. 7. cioè 0. però 4. piu rad. L. 24. men. 20. co. 7. faria 4. piu 0. cioè 4. il che superaria le 2.co. dell' altra parte, quali veriano solo  $\frac{1}{2}$ . Et se ponessimo, che la co. valesse piu d'  $1\frac{1}{2}$ . poniamo 2. all' hora la rad. L. 24. men. 20. co. 7. faria rad. L. 24. men. 40. 7. cioè da 24. conuerria cauare 40. il che è impossibile, & se alcuno dicesse esso 24. men. 40. significare men. 16. all' hora la rad. di men. 16. insieme con il 4. (e ponansi pure insieme come si vogli) alteraria esso 4. si che douentaria, o maggiore, o minore di 4. & però 4. piu rad. L. 24. men. co. 7. verria ad essere più, o manco di 4. Onde non faria eguale al 4. che doueria essere il valore delle 2.co. Ne manco d' 1. può valere, perche se valesse poniamo  $\frac{1}{2}$ . all' hora



all' hora le 2 co. nō arriuariano pure di valore al 4. non che 2 4. & a rad. L. 24. men. 20. co. 7 di più, che saria pure qualche cosa da aggiugere al 4. Conosciamo dunque lo agguagliamēto detto di 4. piu rad. L. 24. mē. 20. co. 7. Eguale a 2. co. posto dal Bombello essere impossibile; ma perche pure si vede risoluto; Sappisi che l'inganno occulto in essa resolutione consiste, nel dire nel progresso dello agguagliamento, che rad. L. 24. men. 20. co. 7. è eguale a 2. co. men. 4. Et si può conoicere considerando, che a volere, che 2. co. men. 4. siano qualche cosa, come si vede essere la B. L. 7. a che è eguale, conuiene che la co. vagli piu di 2. accioche da 2. co. cauato il 4. resti qualche cosa, ma valendo la co. piu di 2. le 20. co. valeranno piu 40. onde 24. men. 20. co. farà 24. men. piu di 40. il che è abfordo, che da 24. non si può cauare piu di 40. douendo restare qualche cosa; però si vede, che non può piu rad. L. 24. men. 20. co. 7. essere eguale a 2. co. men. 4. Et consequentemente (giunto 4. a ciascuna parte) non potrà 4. piu rad. L. 24. men. 20. co. 7. essere eguale a 2. cose. Onde il seguire a moltiplicare in se stessa la rad. L. 7. & anco le 2. co. men. 4. & poi dire, che però 24. meno 20. co. sia eguale a 4. & men. 16. co. piu 16. è superfluo, & in questo caso non è tanto il dire rad. L. 24. men. 20. co. 7. eguale a 2. co. men. 4. quanto è dire 24. men. 20. co. eguale a 4. & men. 16. co. piu 16. Et l'inganno è, che se bene in questo caso la rad. di 24. men. 20. co. è rad. L. 24. men. 20. co. 7. non è che poi la rad. di 4. & men. 16. co. piu 16. nel medesimo caso sia 2. co. men. 4. anzi ella è 4. meno 2. cose; perche così 4. men. 2. co. come rad. L. 24. men. 20. co. 7. significano 2. valendo la co. 1. così come i loro quadrati, 24. meno 20. cose; & 4. & men. 16. co. piu 16. significano ciascuno di loro 4. valendo la co. 1. come s'è detto. Et però auertati bene, che non potendo vna quantità hauere se non vna sola rad. & in quelli trinomij, di 2. cose, & numero, doue le co. sono meno; parendo che ne habbino due, conuiene che noi consideriamo quale di quelle due è a proposito nel nostro caso, per trouare il vero valore della cosa; & all' hora lassare l'altra; Che se alcuno dicesse le dette due radici essere eguali fra loro (come è necessario, quando la quantità di che si dicono essere radice, è vna istessa) & che di piu tanto vale la co. nell' vna, come nell'altra, egli verria a dire, che tanto fusse 2. co. men. 4. quanto 4. men. 2. co. Onde giointo 2. co. a ciascuna banda si haueria 4. co. mē. 4. eguale a 4. & hora giointo 4. a ciascuna banda si haueria 4. co. eguale a 8. cioè così a 2. co. mē. 4. come a 4. men. 2. co. giointo 2. co. piu 4. si haueria 4. co. eguale a 8. & però la co. valeria 2. Si che 2. co. men. 4. sariauo 4. men. 4. cioè niente. Et anco 4. men. 2. co. saria 4. men. 4. cioè pure 0. Onde vediamo, che a volere, che in quelle due radici, la co. habbi vna istessa valuta, conuiene che ciascuna d'esse sia 0. & che il lor quad. sia 0. & che le 2. co. siano similmente 0. & che il 4. piu rad. L. 24. meno 20. co. 7. al quale esse 2. co. si ponono eguali sia pur 0. il che massime è inconueniente, perche 4. da se, è qualche cosa, & giointoli qualche cosa, come è la rad. L. 7. accresce ancora piu; & quando la B. L. 7. fusse niente, il 4. da se resta pur 4. Et a volere che esso 4. si annulli, o douenti 0. conuiene leuarne 4. & però la piu rad. L. 24. meno 20. co. 7. conuerria che significasse men. 4. accioche con il 4. si formasse vna quantità, che significasse 4. men. 4. cioè 0. il che tutto è inconueniente, & impossibile. Et quanto alla rad. L. 24. men. 20. co. 7. valendo la co. 0. ella saria rad. L. 24. meno 0. 7. cioè B. L. 24. & così 4. piu B. L. 24. men. 20. co. 7. significaria 4. piu B. L. 24. Però conuiene, che chi vuole essere dotto in questa Scienza sia molto esperto, & accorto, considerando le cose a bastanza; poi che si vede, che anco gli huomini molto esercitati; & ingegnosi; alle volte non veggono ogni cosa. Ma per trouar caso doue le 2. co. men. 4. (essendo qualche quantità, & non niente) potessero pigliarsi per radice di 4. & men. 16. co. piu 16. bisognaria supponere la co. valere piu di 2. che così le 2. co. sariano piu di 4. che se ne lieua; però se vorremo supponere, che vagli 3. all' hora le 2. co. della egguagliatione valeranno 6. & per vedere a che quantità di B. L. 7. oltre al 4. si agguagliano, diremo che da 4. sino a 6. total valore vi è 2. & che perciò conuiene che la rad. L. 7. vagli 2. onde se in esse vorremo che stiano ferme le men. 20. co. che valeranno men. 60. conuerrà che il num. dal quale esse si cauano sia tale, che cauato 60. & del restante presane presane la rad. ella sia 2. per il che conuerà, che detto restante sia 4. & che perciò il num. sia 64. & così haueremo rad. L. 64. men. 20. co. 7. oltre al 4. eguale a 2. co.

Et qui, quando si dicesse 64. men. 20. co. 7. non eguali a 4. & men. 16. co. piu 16. che ne seguì B. L. 64. men. 20. co. 7. 2. co. men. 4. saria la rad. dell' vna quantità essere eguale alla rad. dell'altra; non saria però, che rad. L. 64. mē. 20. co. 7. fusse eguale a 4. men. 2. co. che può essere rad. di 4. & men. 16. co. piu 16. perche accioche 4. men. 2. co. sia qualche cosa, conuiene giointo il numero 12. fa 12. 1/2. la sua rad. è 3. 1/2. che il 4. vagli più, o sia maggiore delle 2. co. & che cauato 1/2. mita del num. delle co. resta 3. perche perciò la co. non arriui a 2. onde nella rad. 3. è il valore della cosa. L. 64. men. 20. co. 7. le 20. co. valeriano manco di 4. che cauato da 64. resta piu di 24. la B. del quale è piu di 4. & pche più di 4. è maggiore di 4. men.



m. 2. 1. ne segue essere impossibile, che  $B \times L$  64. m. 20. 1. 7 sia eguale a 4. m. 2. 1. Onde dicendosi. Trouisi vna quantità il doppio della quale cauata da 4. resti tanto quanto sarà la rad. di quello, che resta a cauare il 20. vplod'essa da 64. Ouero trouisi vna quantità al doppio della quale giointo la  $B$  di quello, che resta a cauare il 20. vplod'essa da 64. facci a punto 4. Che così ponendo essa quantità essere 1. 1. haueremo 4. m. 2. 1. eguali a  $B \times L$  64. m. 20. 1. 7. Ouero 2. 1. p.  $B \times L$  64. m. 20. 1. 7, eguale a 4. che accioche la  $B$  legata resti sola, si ridurrà pure a  $B \times L$  64. m. 20. 1. 7, eguale a 4. m. 2. 1. che quadrando ciascuna quantità haueremo 64. m. 20. 1. 7, eguale a 4. m. 2. 1. p. 16. & però finalmente 12. eguale ad 1. 2. p. 1. 1. & così la 1. valeria 3. Se dicessimo la quantità cercata essere 3. erraremmo; perche 4. m. 2. 1. cioè 4. m. 6. saria manco di niente; non che ella fusse quantità alcuna; Et  $B \times L$  64. m. 20. 1. 7 saria  $B \times L$  64. m. 60. 1. cioè  $B \times L$  4. 7; ch'è 2. quale è qualche cosa, & non può essere eguale 4. m. 6. ch'è 2. manco di niente; Et tutto questo nascerebbe hauendo supposto, che 4. meno 2. 1. possa essere  $B$  di 4. m. 16. 1. p. 16. accioche questa  $B$  sia eguale a 64. m. 20. 1. ch'è in questo caso uou può essere; perche se bene a 64. m. 20. 1. può essere eguale a 4. m. 2. 1. p. 16, valendo la 1. non è però, che  $B \times L$  64. m. 20. 1. 7, possa essere eguale a 4. m. 2. 1. ma saria bene eguale a 2. co. men. 4. che in questo caso è la vera  $B$  di 4. m. 16. co. p. 16. Onde questa agguagliatione seruira al caso nel quale occorrà, che  $B \times L$  64. men. 20. co. 7 sia eguale a 2. co. meno 4. Et non doue' essa rad.  $L$  7, fusse eguale a 4. men. 2. co. che iui saria impossibile; Però sia accorto!

Auertasi anco, che l'istesso Bombello a carte 262. Nel dare la regola al Capitolo di Censo, & numero eguale a Cose. Doppo l'hauer scritto. Piglisi la metà delli Tanzi (cioè la metà del numero delle cose) & quadrifi, & del prodotto si cau il numero, & del restante se ne pigli il lato; (cioè la radice quadra) & si aggiunge, ouero si cau della metà delli Tanzi (cioè della metà del numero delle cose) e la somma ouer restante sarà la valuta del Tanto (cioè della cosa) Segue poi a scriuere.

Ma auuertiscasi, che ne i quesiti alcuna volta (benche di rado) il restante non serue, ma bene sì la somma sempre. Nondimeno nelli Casi, o questi superiori, & prima doue si è diuiso 10. in due parti tali, che a moltiplicare la 1. della prima, via 1. 1. della seconda; s'ente produca quanto la prima, nella solutione della quale, ponendo la seconda parte essere 1; cosa, & la prima 10. meno 1. cosa, haueremo 1. 2. piu 60. eguale a 16. cose; & però la cosa veniua a valere 10. ouero 6. (cioè la somma di 2. (radice del 4. nato a cauare il numero 60. dal quadrato della metà del numero dell' cose) giointo a 8. metà del numero delle cose; qual somma è 10.) Ouero il restante di 2. cauato dal medesimo 8. qual restante è 6.) vedessimo, che detta somma 10. non serue al nostro quesito, ma solo serue il restante 6. Occorre ancora l'istesso ponendo la prima parte 5. meno 1. cosa, & la seconda 5. piu 1. cosa; che riducendosi ad hauer 1. 2. piu 5. eguale a 6. cose, & però trouando la cosa valere 5. somma; o 1. restante; il 5. somma non serui a detto quesito, ma solo serui l'1. restante. L'istesso occorre nel secondo quesito doue si diuide 10. in due parti tali, che il lor prodotto sia quintuplo alla prima, nel qual quesito, posto che la prima fusse 6. meno 1. cosa, & la seconda 4. piu 1. cosa; & però peruenendosi a 1. 2. piu 6. eguale a 7. cose, doue per valore della cosa, si trouò 6. & 1. vedessimo, che il 6. somma non serui al nostro quesito, ma solo serui l'1. restante. L'istesso ancora auuene nel quesito che seguì, doue si diuide 10. in due parti tali, che il lor prodotto sia quintuplo alla seconda.

Tutto ciò si è detto per auertire lo studente ad essere accorto nel leggere li Scrittori, & massime doue non si fa dimostrazione, o non si mostra la causa delle operationi, o regole che si danno, perche alcune volte, benche siano molto Eccellenti, & esperti (per non hauer considerato a bastanza quello che scriuono) auuene, che vñ troua qualche cosa, che repugna al vero; & che perciò in essa lo studente non essendo intieramente accorto pigliarebbe errore, & li basti l'esempio dato nella agguagliatione posta dal Bombello, & quello, che si è detto intorno al poterli seruire della somma, o restante nel Capitolo di 2, & numero eguale a cose; il che se esso Scrittore hauesse alquanto considerato non è dubio, che a noi non restaua fatica di andar cercando più oltre (e particolarmente se in esso Capitolo il restante serua sempre, o alle volte solamente (come vediamo auenire della somma, che non serue sempre) nelli Casi; & da che nasca, & quando può solo seruire l'uno, o l'altro, & quando anco possa seruire l'uno, & l'altro di detti somma, o restante) perche questi diuini ottimi ingegni come il Bombello, quando sono attenti a bastanza in vna consideratione, ritrouano tutto quello che vogliono; & che in ciò può dirsi, o immaginarsi, peruenendo a perfetta dottrina.



Ma di quanto occorre per intelligenza di questo Capitolo, si scrue a pieno a carte  
del nostro Trattato, intitolato. Aggiunta, doue operando per Algebra, si risol-  
uono alcuni quesiti intorno a i Triangoli, & se ne deriuano le regole Aritmetiche, & modo  
Geometrico.

Hora prego il Lettore, che mi scusi, se in questo Trattato non trouarà quell'ordine, & bre-  
uità che si ricerca, & che hauerebbe se io haueſi hauuto le comodità necessarie, che mi è biſo-  
gnato farlo a poco a poco, con molti intermedij di lungo tempo, oppresso da molte moleſtie,  
che mi debilitano la memoria, & offuscano l'intelletto, necessitandomi ancora a ponere qui  
fine per hora. Potrà poi l'accorto Studente ridurselo in quel breue compendio, che gli torna-  
rà bene. Io mi sono ingegnato procedendo con questo modo naturale, & aprendo la strada a  
molte considerationi gioueuoli, ridurre lo ſtudente a tal dottrina, che egli poſſa poi con faci-  
lità andar ſpeculando le inuentioni dell'altre operationi, & delle Regole conuenienti alli Ca-  
pitoli dell'altre dignità Algebratiche, alle quali ſarà grandemente atto, quando hauerà bene  
appreſe, & conſiderate le preſenti, & inuentioni d'eſſe, quali li ſeruiranno come fondamento,  
o baſe della Scienza, alla ſimilitudine quaſi delle quali ſi poſſa di continuo andare accreſcendo  
in altezza l'Edificio d'eſſa, & tutto a gloria di N.S. Dio, & ornamento del Mondo.

### Errori occorſi in queſta Prima Parte.

#### Errori.

fac. lin.  
28. 3. nel ſi. all'1. coſa.  
29. 6. crediamo.  
1. coſa.  
7. à 34.  
14. non potere.  
34. 169. m.  
36. vedremo  
41. ſi diſſe.  
30. 7. ſaria 5. piu 1. coſa.  
45. piu 10. cenſi.  
49. Eguale, o m. 27.  
31. 12. pero partito m.  
17. a rad. 2.  
2. 14. per la Regola.  
16. & numero eguale a co.  
28. fa 9.  
33. riſguardo all'antecedente

#### Corretioni.

l'1. coſa.  
vediamo.  
1. cenſo.  
a 38.  
non potere eſſere.  
169. ma m.  
vedremmo  
ſi diſſe.  
ſi leui.  
102.  
Eguale à o. m. 27.  
pero partito.  
à rad. 2. coſe.  
per Regola.  
& numero è eguale a co.  
fa 8. partitore 5.  
riſguardo ad altra ſua antecedente.

A ſceſſate 5. principio dell'opera a righe 6. doppo a Dottrina della coſa, aggiugab, o Regola della Equatione, &  
Reſtauratione. Poiche queſta parola Araba Algebra, ſignifica Reſtauratione, perche giungendo, o cauando, ſi re-  
ſtaura, o agguagliano le parti, che ci ſeruono a trouare, o conoſcere quello che vogliamo.







IN DEI NOMINE.

# AGGIUNTA ALL'ALGEBRA

N. V. M. E. R. A. L. E.

**S** I può hora notare, che se bene ordinariamēte ne i quesiti, la positione che si vuol fare è d'  $1 + x$ , o di  $x$  (mentre però, che la qualità del quesito non ricercasse altra particular positione) noi nondimeno potiammo a benpla- cito far la positione in qual si vogli altra sorte di dignità Algebratica, che per esēpio, quando si disse; Diuidasi  $10$  in due parti tali, che a moltiplicare la metà della prima, per l'  $\frac{1}{4}$  della seconda, il prodotto sia quan- to la prima: Noi piacendoci potremo pōnere, che la prima sia  $10 - x$ , &  $x$ , o  $1 - x$ , o  $4 - x$ , o  $1 - x$ , o  $3 - x$ , o  $6 - x$ , o  $1 - x$ , o  $3 - x$ , o in somma qual altra quantità si vogli, o sia dignità simplice, o composta di molte dignità, o di dignità, & numero, o Binomio, o Residuo, o simili, cioè congiunte tutte col segno  $p$ , o mescolate col segno  $m$ , & c. Ma per hora supponiamo, che si ponesse la prima essere  $10 - x$ , & per la seconda  $10 + x$ , che così a moltiplicare  $\frac{1}{2}$  metà della prima, via  $\frac{1}{2} \cdot (10 - x) = 5 - \frac{x}{2}$ , che è  $\frac{1}{4}$  della seconda, produce  $(5 - \frac{x}{2}) \cdot (10 + x) = 50 + 5x - 5x - \frac{x^2}{2} = 50 - \frac{x^2}{2}$ . Il che deve essere egua- le ad  $10 - x$  prima, onde accomodato il  $m$ , & lenato  $10 - x$  da ciascuna baada, haueremo  $40 - \frac{x^2}{2} = 10 - x$ . Eguale ad  $30 - \frac{x^2}{2} + x$ , & schi- fato, o partito ciascuna parte per  $\frac{x}{2}$ , ne verrà  $80 - x^2 = 20 - 2x$ , eguale ad  $1 - x$ ; per il che il  $x$ , valerà  $4$ . Et perche la prima parte si posta essere  $10 - x$ , ella sarà  $6$ . Et la seconda posta  $10 + x$ , sarà  $14$ , cioè  $6$ .

Et se haueremo posto la seconda parte essere  $1 - x$ , & perciò la prima il resto fino a  $10$ , cioè  $10 - x$ , all' hora moltiplicando  $\frac{1}{2}$  metà della prima via  $\frac{1}{2} \cdot (10 - x) = 5 - \frac{x}{2}$ , che è  $\frac{1}{4}$  della seconda, produ- ce  $(5 - \frac{x}{2}) \cdot (1 - x) = 5 - 5x - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} = 5 - \frac{11x}{2} + \frac{x^2}{2}$ . Et questo deve essere quanto la prima, però è eguale a  $10 - x$ , onde accomo- dati i  $m$ , si hauerà  $5 - \frac{11x}{2} + \frac{x^2}{2} = 10 - x$ . Eguale ad  $5 - \frac{11x}{2} + \frac{x^2}{2} = 10 - x$ . Et ridu- to ad  $1 - x$ , qual  $x$  è la maggior dignità, che si troua in essa Equatione, partēdo ciascuna parte per  $\frac{x}{2}$ , numero delli  $x$ , haueremo  $10 - 11x + x^2 = 20 - 2x$ . Eguale ad  $10 - 9x + x^2 = 0$ . Ma noi non sappia- mo l'altro regola di questa Equatione d'  $1 - x$ , & numero, Egua- le a  $x$ , per il che giudiciosamente cercheremo di trouarla, & perciò potremo considerare, che: Essendo hora  $10 - x$ , eguali ad  $1 - x$ , si vede, che il valore del  $x$ , conuiene esser tanto, che preso  $16$  volte, facci qua- ro a giungere  $60$  a quello, che sarà valore dell'  $1 - x$ ; ma l'  $1 - x$ , è il quadrato d'  $1 - x$ , cioè l'  $1 - x$  è tanto quanto importa il prodotto che nasce a moltiplicare il valore del  $x$ , o d'  $1 - x$ , in se stesso; Per il- che conuiene che il valore del  $x$ , sia tanto, che moltiplicato per  $16$ , facci quanto a moltiplicarlo in se stesso, & al prodotto giungere  $60$ . Se sapessimo dunque trouare vna quantità, che moltipli- cata in se stessa, & al prodotto giunto  $60$ , la somma fusse quanto a moltiplicare essa quantità per  $16$ , ella faria il valore del  $x$ . Ma per trouarla seruiamoci di quello che habbiamo imparato, che per ciò potremo ponere la quantità che si cerca essere  $1 - x$ ; il suo quad. è  $1 - 2x + x^2$ , fa  $1 - 2x + x^2$ , & questo è eguale a  $16$  volte l'  $1 - x$ , cioè a  $16 - 16x + 16x^2$ ; & così siamo per uenuti alla Equatione d'  $1 - 2x + x^2 = 16 - 16x + 16x^2$ , & numero, eguale a  $1$ , nella quale sap- piamo, che dal quad. della metà del numero delle  $x$ , si caua il nume- ro della Equatione, & la  $16$  quadra del restante si giunge, & caua al- la metà del numero delle  $x$ , che ciascuno de' due risultanti è valore della  $x$ ; Onde hora; da  $64$  quadrato di  $8$ , metà di  $16$  numero delle  $x$  cauaremo  $60$  numero della Equatione, ch'è con l'  $1 - 2x + x^2$ , & resta  $4$ . la  $16$  del quale è  $256$ , & questo  $256$  giunto, & cauato ad  $8$ , fa  $248$ , &  $6$ , che perciò  $10$ : ouero anco  $6$ , può essere il valore della  $x$  (che con  $10$  o  $6$  quad. di  $10$  giunto  $60$ , fa  $160$ , ch'è  $16$  volte  $10$ , & anco con  $36$  quad. di  $6$  giunto  $60$ , fa  $96$ , ch'è  $16$  volte  $6$ .) per il che la quantità cercata sarà



farà 10. & anco potrà essere 6. ma questa quantità ha da essere, o mostrare il valore del ce. nel  
Equatione di  $1.4 \text{ p } 60$ . Eguale a 16. ce. però diremo, che il ce. vale 10. ouero 6. (*che quanto*  
*10. ben si vede, che se 1. ce. vale 10. l'1.4, valerà 100. (quad. di 10.) & giontoli 60. fa 160. ch'*  
*quanto il valore di 16. censi. Et quanto al 6. ben si vede similmente, che se 1. ce. vale 6. l'1.4, va-*  
*lerà 36. (quad. di 6.) & giontoli 60. fa 96. ch'è 16. volte 6. cioè è quanto 96. valore delli 16. ce.)*  
Et così, perche ponessimo, che delle due parti del 10. la seconda fusse 1. ce. hauendo hora trouato  
il ce. valere 10. o 6. ella sarà 10. o 6. Et che perciò l'altra prima parte sarà il restante fino al 10.  
cioè 0. o 4. Se bene ci seruiremo delle 6. & 4. perche il 10. & 0. non fa a proposito.

Da questo operare si conosce, che la Equatione d'  $1.4 \text{ p } 60$ . Eguale a 16. ce. si viene a ridurre,  
all'altra Equatione d' 1. ce. p 60. Eguale a 16. r. Et che il trouare il valore della r in questa è qua-  
to i trouare il valore del ce. in quella; cioè, che quando haueremo 1.4 p 60. Eguale a 16. ce. si  
suppona d'hauere 1. ce. p 60. Eguale a 16. r. Et in questa Equatione nota si troui il valore della  
r, che esso valore della r, qui verrà ad essere il valore del ce. in quella; perche se ci fusse poi di  
bisogno trouare anco il valore della r in quella; perche la r, o 1. r, è la quadra del ce. o d' 1. ce.  
noi piglieremo la r quadra del valore del ce. & essa sarà il valore della r in quella Equatione,  
cioè per esempio dicendo

Trouisi vna quantità, che il suo quadrato moltiplicato per 16. facci quanto a moltiplicare il  
suo quad. detto in se medesimo, & al prodotto giongere 60. Noi posta la quantità cercata essere  
1. r, il suo quad. sarà 1. ce. che moltiplicato per 16. fa 16. ce. Ancora il quad. d'essa quantità, cioè  
l'1. ce. moltiplicato in se stesso produce 1.4; al quale giunto 60. fa 1.4 p 60. il che sarà eguale a  
16. ce. Onde in questa Equatione supponedo d'hauere non 1.4 p 60. Eguale a 16. ce. ma 1.2 p 60.  
Eguale a 16. r, o vogliamo dire, operando come se hauesimo 1. ce. p 60. Eguale a 6. r noi moltipli-  
caremo 8. mità del numero delli 16. ce. in se stesso, che fa 64. dal quale cauaremo 60. numero del-  
la Equatione. & resta 4. del quale presa la r quadra, ch'è 2. la giongeremo, & creaueremo ad 8. mi-  
tà del numero de' ce. & ne risulta 10. & 6. il che nella nostra Equatione di  $1.4 \text{ p } 60$ . Eguale a 16.  
ce. viene ad essere il valore del ce. Cioè 1. ce. vale 10. Ouero anco 6. perche 1. r, ch'è la r qua-  
dra di 1. ce. valerà la r quadra di 10. ouero anco di 6. cioè valerà 100. ouero 36. perche la qua-  
drà cercata posta essere 1. r sarà 10. Ouero anco potrà essere 6. Cioè 10. sarà vna quanti-  
tà, che il suo quad. qual è 100. cioè 10. moltiplicato per 16. & fa 160. farà tanto, quanto a mol-  
tiplicare il quad. d'essa quantità in se stesso, ch'è moltiplicare 10. quad. di 10. in se stesso, cioè  
10. via 10. che fa 100. & a questo 100. giongere 60. che fa in somma l'istesso 160. Et anco 6. è si-  
milmete vna quantità, che il suo quad. quale è 36. cioè 6. moltiplicato per 10. & fa 96. farà tan-  
to quanto a moltiplicare il quad. d'essa quantità in se stesso, ch'è moltiplicare 6. via 6. & fa 36. &  
a questo 36. giongere 60. che fa in somma l'istesso 96.

Et così si vede la Regola del trouare il valore della r nell' Equatione d'  $1.4$ . & numero Eguale  
a ce. potere essere questa.

Quando 1. ce. & numero sono Eguali a ce. Dal quad. della mità del numero de' ce. si cavi il nu-  
mero della Equatione, & la r del restante si giunga, & cavi ella mità del numero de' ce. che cia-  
scuno delli dui risultanti sarà valore del ce. Et di ciascuno d'essi dui risultanti si pigli la r qua-  
dra, che ciascuna di loro mostrerà, o sarà il valore della r.

Et se accompagnaremo li ce. al numero, restando l'  $1.4$  da sè, o se accompagnaremo li ce. al-  
l'  $1.4$ , restando il numero da sè, cioè se haueremo ce. & numero, Eguale ad  $1.4$ . Ouero se hauerè-  
mo  $1.4$  & ce. Eguali a numero, facendosi le medesime considerationi vedremo che (*alla simili-*  
*tudine della superiore*) Nella Equatione di ce. & numero Eguali ad  $1.4$ , si trouarà il valore del  
ce. nel modo istesso, che si troua se hauesimo r, & numero Eguali a ce. Et nella Equatione di  $1.$   
 $4$ . & ce. Eguali a numero si trouarà il valore del ce. nel modo istesso, che se hauesimo 1. ce. & r.  
Eguale a numero.

In altro modo ancora potressimo andar cercando la Regola alle tre Equationi di  $1.4$ . ce. & nu-  
mero accompagnatine dui di loro nelli tre diuersi modi, che possono accompagnarsi, che sono  
 $1.4$ . Eguale a ce. & num. 1. ce. Eguale ad  $1.4$  & num. & num. Eguale ad  $1.4$  & ce. Poiche hauendo  
già conosciuto per quello, che si disse nel Trattato dell'Algebra a carte 2. circa al mezzo della  
prima facciata, che la notitia del valore della r, si hauerà sempre che si riduca la Equatione a  
solo r. Eguale a numero, il che nelli tre Capitoli; Equationi di ce. r, & numero agguagliati fra  
loro si vidde potere auuenire mediante l'accomodare le due parti della Equatione, in modo che  
si possa pigliare la r quadra di ciascuna d'esse, & così venir riducendo li ce. a r, cioè ridurre la  
Equatione a dignità Algebratice più basse; noi ancora nelle Equationi doue occorrono 4. ce.  
& numero, teteremo l'istesso modo. Che perciò, ripigliata la Equatione d'  $1.4 \text{ p } 60$ . Eguale a 16.  
2. appiamo, che l'  $1.4$  si può ridurre ad 1. ce. pigliandone la sua r, che sarà 1. ce. ma perche il 60.  
accom-



accomagnato all' 1.4, è puro numero, la B del quale è medesimamente puro numero, vediamo che do. le interuenga numero in compagnia dell' 1.4, conuiene che la B del loro composto, sia contenuta da ce. & numero, hora poniamo, che si pigli 1. ce. più vn numero, il quad. del quale per comodità sia propinquo al 60, & sia preso 8, che hauendo 1. ce. p 8. il suo quad. è 1.4 p 16. ce. p 64. il che supera 1.4 p 60. in 16. ce. p 4. Onde giouendo questo 16. ce. p 4. a ciascuna parte della Equatione haueressimo poi 1.4 p 6. ce. p 64. Eguale a 32. ce. p 40. delle quali due parti, la prima ha B, ch'è 1. ce. p 8. & perciò essa B, è Eguale alla B dell'altra parte, cioè alla B di 32. ce. p 4; nella quale vediamo, che se non vi fusse il 4, li soli 32. ce. haueriano B comoda, che saria B 32.7. Et così haueressimo 1. ce. p 8. Eguale a B 32.7. co. ch'è Equatione nota; ma questo 4. si può leuare dalla compagnia de' ce. perche essendo egli quello in che il quad. d' 8. preso, supera il 60, numero accomagnato all' 1.4; se in vece di 8. pigliaremo la B del solo 60, ch'è B 60. formando 1. ce. p B 60, il quad. di questo sarà 1.4 p B 240. ce. più 60. che supera l' 1.4 più 60 in B 240. ce. qual superamento giouendolo a ciascuna parte della nostra Equatione, haueremo 1.4 più B 240. ce. più B 60, Eguale a (16. p rad. 240.) ce. Che presa la rad. di ciascuna parte, si hauerà 1. ce. p rad. 60. Eguale a rad. L 16. p rad. 240. 7 co. Cioè 1. ce. p rad. 60. Eguale a (rad. 10. p rad. 6.) co. Onde hora dal quad. della mita del numero delle co. o vogliamo dire, (che ne risulta l'istesso) dalla quarta

1.4 più 60. Eguale a 16. ce.

1. ce. più B 60.

1.4 più B 240. ce. più 60. Eguale a (16. più rad. 240.) ce.

1. ce. più B 60. Eguale a B L 16. più B 240. 7 co.

resta 19. la B è 4. con 16. & da 16. ne risultano 20. & 12. le mita sono 10. & 6. le loro rad. sono rad. 10. & rad. 6. però.

B 10. più B 6. E quanto B L 16. più rad. 240. 7

Cioè 1. ce. più rad. 60. Eguale a (rad. 10. più rad. 6.) co.

16. più rad. 240.

4. più rad. 15.

equato. rad. 60.

resta 4. m rad. 15. la rad. del quale è rad. 2. 1/2. m rad. 1. 1/2. quale giunta, & cauata a rad. 2. 1/2. più rad. 1. 1/2. D mitta del num. delle co. ne risultano rad. 10. & rad. 6. ciascuno de' quali è il valore della cosa.

Et così vediamo, che anco con questa sorte di consideratione habbiamo ridatto la Equatione d' 1.4, & numero. Eguale a ce. a più bassa, & nota Equatione di 1. ce. & numero. Eguale a cose.

Et perche sappiamo, che la Equatione di ce. & numero. Eguale a co. si può ridurre ad Equatione semplice di co. Eguale a numero, veniamo a conoscere, che anco la Equatione d' 1.4, & numero. Eguale a co si può ridurre similmente ad essa semplice Equatione di co. Eguale a numero, come si vede effequito in margine, solo in figura, per breuità, nel che potrà lo studente essercitarsi a suo piacere, & nell' altri esempj seguenti.

1.4 più 60. Eguale a 16. ce.

Si tramuta in

1. ce. più rad. 60. Eguale a rad. L 16. più rad. 240. 7 co.

Et questo si tramuta in co. Eguale a numero nel modo seguente.

1. ce. meno rad. L 16. più rad. 240. 7 co. più rad. 60. Eguale a 9.

1. co. meno rad. L 4. più rad. 15. 7

1. ce. meno rad. L 16. più rad. 240. 7 co. più 4. più rad. 15. Eguale a 4. meno rad. 15.

1. co. meno rad. L 4. più rad. 15. 7. Eguale a rad. L 4. meno rad. 15. 7

Cioè 1. co. (meno rad. 2. 1/2. più rad. 4. 1/2.) Eguale a rad. 2. 1/2. meno rad. 1. 1/2.

Cioè 1. co.

Eguale a rad. 20.

Però la co. vale rad. 10.

Quero.

1.4 più 60. Eguale a 16. ce.

Si tras-



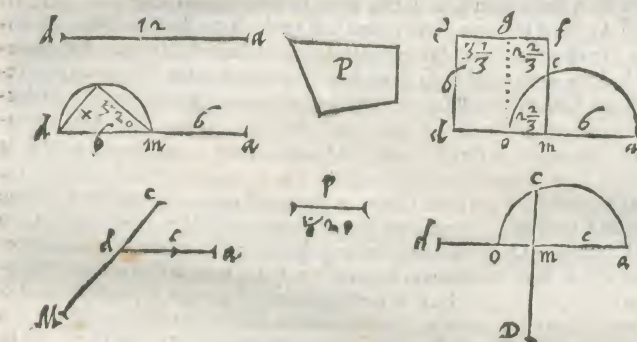




quadrato D. & P. a lui eguali, haueremo il quadrato di  $t s$ , con il quadrato D. eguale al duto di  $d a$ , data in  $t s$ , trouata, & alli quadrati D. & P. onde leuato comunemete il quadrato D. restarà il solo quadrato di  $t s$  trouata, eguale al duto di  $d a$ , data in  $t s$ , trouata, insieme con il quadrato P. ò rettilineo P. proposto.

Et venendo al terzo Capitolo, ò Equatione di  $r. z.$  & numero quali a  $r.$  Supponendo d'hauere poniamo  $r. z. p. 10.$  eguali a  $12. r.$  Sappiamo che per trouare il valore della  $r.$  si piglia la metà del numero delle  $r.$  qual metà è  $6.$  & dal suo quadrato, cioè da  $36.$  si caua il numero della Equatione, cioè  $20.$  & resta  $16.$  del che si piglia la  $R.$  quadra, che è  $4.$  & questo  $4.$  si giunge al  $6.$  metà del numero delle  $r.$  che fa  $10.$  Ouero ancora, l detto  $4.$  si caua dal detto  $6.$  metà del numero delle  $r.$  & resta  $2.$  Et si conclude che  $10.$  Ouero ancora  $2.$  è il valore della  $r.$  Che quanto al  $10.$  al suo quadrato  $100.$  (cioe ad  $1. ce.$ ) giunto  $20.$  (num. della Equatione) fa  $120.$  che è quanto  $12.$  volte  $10.$  (cioe è quanto  $12. co.$ ) Et circa al  $2.$  al suo quadrato  $4.$  (cioe ad  $1. ce.$ ) giunto  $20.$  (numero della Equatione) fa  $24.$  che è quanto  $12.$  volte  $2.$  (cioe è quanto  $12. co.$ ) Et sappiamo che in questo Capitolo quando il numero della Equatione fusse eguale al quadrato della metà del numero delle  $r.$  ò vogliamo dire quando a cauare il numero della Equatione dal quadrato della metà del numero delle  $r.$  restasse niente (del qual niente la sua rad. è niente, qual rad. giunta, ò cauata dalla metà del numero delle  $co.$  ne resulta cosi per somma come per restante la medesima metà del numero delle  $co.$ ) all'hora il valore della  $r.$  è semplicemente la metà del numero delle  $co.$  & perciò la  $co.$  non può hauere all'hora altro che vn semplice valore. Et di più sappiamo, che quando il numero della Equatione fusse maggiore del quadrato della metà del numero delle  $co.$  cioè non si potesse cauare dal quadrato detto; all'hora la Equatione essere impossibile, ne si poter trouare valore alcuno conueniente alla  $co.$  cioè non si poter trouare quantità alcuna, al quadrato della quale giunto il numero della Equatione, facci somma eguale al duto della quantità da trouarsi nel numero delle  $co.$  della Equatione. Noi hora applicando tutto questo alle linee potremo dire, che quando operando in linea si peruenga a questo Capitolo, ò Equatione,

cioe quando si vogli, ò accada trouare vna linea retta (che è la  $co.$ ) al quadrato della quale (che è l'1. ce.) giunto vn rettilineo proposto (che il numero della Equatione) la somma sia eguale al rettangolo contenuto dalla retta da trouarsi, & da vna retta data (qual retta data è il numero delle  $co.$  & il rettangolo d'essa data, & linea  $co.$  da trouarsi, contiene le  $co.$  della Equatione; ) All'hora per trouare essa retta (ò linea  $co.$ ) si piglia la metà della data (qual data chiamiamo  $d a$ ,) & dal suo quadrato si caui il rettilineo proposto, & del restante si pigli la  $R.$  cioè si troi la retta potente in esso restante. (Il che



da retta data  $12.$

P. rettilineo proposto  $20.$

P.  $R.$  potente in esso rettilineo.

C. a. chiamata R, & ancora C. D. chiamata S, sarà ciascuna d'esse la retta cercata.

La retta C. m. chiamata R, ouero la retta C. M. chiamata S, cioè ciascuna d'esse due rette potrà essere la retta cercata, che mostrerà il valore della cosa, ò vogliamo dire la lunghezza della linea cosa.

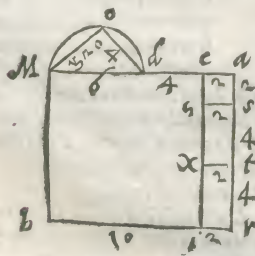
Tutto è quanto a dire; Trouisi la retta potente nella differenza, che è dal rettilineo P. proposto minore, al quadrato della data  $d a$  maggiore; Et si può eseguire formando sopra la metà della data  $d a$ , & sia la  $d m$ , come sopra a diametro vn mezzo cerchio, & da vna estremità d'esso diametro, poniamo dalla  $m$ , accomodare nel semicircolo la potente nel rettilineo P. proposto, cioè il lato del quadrato fatto eguale ad esso rettilineo, & da doue ella arriua alla circonferenza, & sia in  $c$ , all'altro estremo  $d$ , del diametro, tirare la retta  $c. d$ , che essa  $c. d$ , sarà la potente in quella superficie in che il quadrato della  $d. m$ , metà della data, supera il rettilineo P. proposto, ò il quadrato a lui fatto eguale, perche essendo l'angolo  $m. c. d.$  (contenuto dal-

Alg lin.

lape-



la potente nel rettilineo P. & dalla trouata c. d.) retto (per la 31. del terzo (che è nel mezzo cerchio) ne segue (per la penultima del primo) che il quadrato di d. m. opposto all'angolo retto sia eguale alla somma de' due quad. di m. c. & c. d. continenti esso angolo retto, per il che egli sarà maggiore dell'uno, cioè del quad. di m. c. nell'altro, cioè nel quad. di c. d. il che è quanto a dire che c. d. è il lato cercato del quadrato in che il quadrato della d. m. mita della data d. a. supera il rettilineo P. & quadrato proposto. In altro modo ancora si può essequire il medesimo, & sarà se sopra alla d. m. mita della data d. a. si formi il quadrato m. e. poi sopra al lato d. e. sinistro del quadrato fatto un rettangolo eguale al rettilineo P. proposto (per la 45. del primo) quale (perché bona supponiamo che sia minore del quadrato m. e. che è il quadrato della mita della data d. a.) non occupi per larghezza tutta la d. m. & e. f. ma solo una parte d'essi, & sia che arrui in o. & in g. cioè che esso rettangolo eguale al rettangolo proposto P. sia il d. g. che così egli sarà superato dal quadrato m. e. nel restante rettangolo m. g. del quale si trouerà la linea potente, o vogliamo dire il lato del quadrato eguale ad esso rettangolo m. g. (per l'ultima del secondo (il che anco ci verrà fatto se sopra alla totale o. a. composta dalla larghezza o. m. & da m. a. eguale alla m. f. lunghezza d'esso rettangolo m. g.) come sopra a diametro si formerà un mezzo cerchio, & doue la sua circonferenza segara la m. f. segnato il punto c. l. a. c. m. inclusa nel mezzo cerchio sarà media proporzionale fra le o. m. & m. a. (per la 13. del sesto) & però sarà il lato del quadrato eguale al rettangolo m. g. o vogliamo dire, sarà la potente nella differenza del rettangolo proposto P. al quadrato della mita della data d. a.) Et essa potente in esso restante, & chiamisi D. si giunga alla mita della data, che la somma, & chiamisi S. sarà il valore della x, & linea x, cioè sarà la retta cercata. Onero ancora detta D. si caui dalla mita della data, che il restante, & chiamisi R. sarà vn'altro valore della x, & linea x, cioè sarà vn'altra linea cercata diuersa in lunghezza della S. che ciascuna d'esse R. & S. hauerà la qualità, & condizione che si ricerca, poiché al quadrato della S. giunto il rettilineo P. proposto, la somma sarà eguale al rettangolo contenuto da detta S. & dalla data d. a. Et similmente al quadrato della R. giunto l'istesso rettilineo P. proposto, la somma sarà eguale al rettangolo contenuto da detta R. & dalla data d. a. Il che tutto se bene è noto esser vero dalli discorsi fatti nel Trattato dell'Algebra intorno al ritrouare la Regola di questo Capitolo; non ancora di più in questo luogo Geometrico ne andremo estraendo la dimostratione. Et primamente quanto alla retta S. somma della mita della data, & della potente nella differenza del rettilineo P. proposto, al quadrato della mita della data. Dico che il rettangolo contenuto da detta S. & dalla data essere eguale al quadrato della S. giuntoli il rettilineo P. proposto. Noi formeremo il rettangolo di detta S. & della data, & sia l'M r, che la M a, sia la data, & eguale alla data, & la M h, ouero a r. sia eguale alla S. & poi fatte le h. i. & M c, eguali alla S. cioè alla M b, & tirata la c. i. il rettangolo M i, sarà il quadrato della S. per il che sapremo, che il restante rettangolo c. r. conuiene che sia eguale al rettilineo P. proposto. o vogliamo dire al quadrato di M o, però quando proporemo questo haueremo l'intento; Onde nell'andarci ingegnando di trouare la causa potremo considerare, che il quadrato di M o insieme con il quadrato di d o, & però di d c, compongono il quadrato di M d, & però di d a, di modo che se al rettangolo c. r. si giunga il quadrato di d c, la somma douerà essere eguale al quadrato di d a; Et considerata diuisa la a. r. in a. s. eguale alla a. c. & in s. t. & t. r. eguali ciascuna d'essi alla c. d. & nel medesimo modo diuisa la a. r. in a. s. eguale alla a. c. & la M a data, diuisa in due parti eguali in d, & di più la d. a. diuisa in due parti in c, sapremo (per la quarta del secondo) che il quadrato della d. a. eguale alli quadrati delle sue due parti d. c. & c. a. giuntoli il rettangolo dell'una parte c. a. nell'altra parte c. d. due volte, ma il quadrato della a. c. con il duto d'essa a. c. in c. d.



secondo) però anco viene ad esser vero quello da che questa verità deriuu, cioè che il rettangolo c. r. sia eguale al rettilineo P. proposto. & che perciò il rettilineo P. con il quadrato della trouata S. sia eguale al duto di detta S. nella data d. a; cioè che la trouata S. sia il valore della x, & linea x. Onde da questo discorso deriuandone la dimostratione Geometrica, potremo dire. Considerata la S. ouero M c trouata, minore della M a, data nella c. a. & la M a data, diuisa in due parti eguali in d, & di più la d. a. diuisa in due parti in c, sapremo (per la quarta del secondo) che il quadrato della d. a. eguale alli quadrati delle sue due parti d. c. & c. a. giuntoli il rettangolo dell'una parte c. a. nell'altra parte c. d. due volte, ma il quadrato della a. c. con il duto d'essa a. c. in c. d.







fieme con il rettilineo proposto, cioè con il quadrato di  $d$ , che è il  $d$ , eguale all' $M$ . fariano eguali al duto della data  $M$ , nella trouata  $M$ , ouero  $M$ , qual duto è il totale rettangolo  $M$ , composto di dui quadrati detti.

Ma quando il rettilineo  $P$ , proposto fusse maggiore del quadrato della metà della linea data, all' hora la  $M$  o. potente in esso rettilineo faria piu lunga della  $M$ , metà della data, & perciò, non si potria accomodare in modo alcuno nel mezzo cerchio, che hauesse per diametro la  $M$ , metà della data, & all' hora la Equatione faria impossibile (come si concludse nel Trattato dell' Algebra numerale nella inuentione di questo Capitolo) cioè, faria impossibile trouare linea alcuna, tale che al suo quadrato giunto il rettilineo  $P$ , (maggiore del quadrato della metà della data retta) la somma potesse essere eguale al rettangolo contenuto da essa, & dalla data. Perche se la retta da trouarsi si volesse ponere, potere essere eguale alla metà della data, all' hora il rettangolo della data nella trouata faria eguale al doppio del quadrato della trouata; cioè faria eguale al quadrato della trouata, & ad vn rettangolo eguale ad esso quadrato; eguale al quadrato, o quadrato della metà della data, & non ad vn rettangolo maggiore d'esso quadrato della metà della data. Et se la retta da trouarsi si volesse ponere potere essere maggiore della metà della data, all' hora il rettangolo d'essa nella data faria eguale alla quadrato d'essa trouata, & ad vn rettangolo, qual faria maggiore del quadrato della metà della data (per la quinta del secondo) poi che faria contenuto da due parti ineguali in che verria ad esser diuisa la data, cioè nella retta, che chiamiamo trouata (differente dalla metà della data) & nel restante d'essa alla data. Et non ad vn rettangolo, o rettilineo maggiore d'esso quadrato della metà della data. Et se la retta da trouarsi si volesse ponere potere essere minore della metà della data, all' hora similmente il rettangolo d'essa nella data faria eguale al quadrato d'essa trouata, & ad vn rettangolo quale faria minore del quadrato della metà della data (per la quinta del secondo poichè faria contenuto dalle due parti ineguali nelle quali verria ad essere diuisa la data, cioè nella retta, che chiamiamo trouata (differente dalla metà della data,) & nel restante d'essa alla data,) & non ad vn rettilineo maggiore d'esso quadrato della metà della data. Ne alcuna retta eguale, o maggiore della totale data non occorre fingerli potere essere la trouata, perche all' hora il quadrato solo d'essa trouata (non che on la giunta d'vn rettilineo proposto, o grande o piccolo) agguagliarebbe, o superarebbe il duto d'essa nella data, eguale a lei, o piu corta di lei. Non potendo dunque trouarsi linea alcuna, ne eguale alla metà della data, ne minore, ne maggiore d'essa metà, ne meno eguale, o maggiore di tutta la data, tale che il rettangolo d'essa nella data, sia eguale al quadrato d'essa giuntoli vn rettilineo maggiore del quadrato della metà della data, ne segue che in tali casi la Equatione sia impossibile.

Hora notiamo che quando nelle operationi, che si faranno nell' Algebra per linee si peruerrà a douer trouare alcuna retta, quale con vna data contenga rettangolo eguale ad vna superficie, o rettilineo proposto, all' hora faremo peruenuti al Capitolo semplice di Cote eguali a numero, & però trouaremo il valore della  $x$ , cioè la retta che si domanda, o vogliamo dire la linea  $x$ , nel modo strato in esso Capitolo semplice.

Et quando peruerremo a douer trouare vna retta, il quadrato della quale insieme con il rettangolo d'essa in vna retta data, siano eguali ad vn rettilineo proposto, all' hora faremo peruenuti al Capitolo d'  $x, z$ , &  $x$  eguali a numero, & trouaremo il valore della  $x$ , cioè la retta, che si domanda linea  $x$ , nel modo mostrato in esso Capitolo.

Et quando peruerremo a douer trouare vna retta, il quadrato della quale sia eguale al rettangolo d'essa in vna retta data, insieme con vn rettilineo proposto, all' hora faremo peruenuti al Capitolo d'  $x, z$ , eguale a Cote, & numero; Et trouaremo il valore della  $x$ , o linea  $x$  cercata nel modo mostrato in esso Capitolo.

Et quando peruerremo a douer trouare vna retta, il quadrato della quale, insieme con vn rettilineo proposto (quale però non sia maggiore, ma solamente eguale, o minore del quad. della metà della data retta, che sarà data, accioche la Equatione sia possibile) siano eguali al rettangolo d'essa retta in vna retta data; all' hora faremo peruenuti al Capitolo d'  $x, z$ , & numero eguali a  $x$ ; Et trouaremo il valore delle  $x$ , o linea  $x$  cercata, nel modo mostrato in esso Capitolo.

Auertendo che in questo Capitolo, o Equatione, quando il quadrato della metà della retta data è maggiore del rettilineo proposto, all' hora il valore della  $x$ , può essere mostrato da due linee diuerse, o ineguali; cioè due diuerse linee possono trouarsi, il quadrato di ciascuna delle quali, insieme con il rettilineo proposto, faranno eguale al rettangolo contenuto dalla trouata, & dalla data. Ma non è però necessario sempre che ciascuna delle due trouate per valore della  $x$ , sia a proposito per la solutione del quehto, da che tale Equatione sarà deriuata, per ilche si douerà cō giudicio considerare auanti che si risponda al quehto, quale d'esse due, o se pure ambedue li possono

sono



Nel medesimo modo vedremo gl'altri dui Capitoli, d'Equationi di 1.4. & z. Eguale a numero. Et di z. & numero Eguale ad 1.4. poterli abbassare, & ridursi a soli z. & numero. Et anco di più poterli ridurre ad Equationi semplici di z. Eguale a numero. Et si possono anco Trasmutare l'vno nell'altro come si fece di quelli di z. & z. Eguale a numero. Et di z. & num. Eguale a z. Il che tutto lassarò per hora, che lo Studente facci da sè, per essercitarsi nelle speculationi, & inuentioni; poiche gli se ne è mostrata la strada a bastanza.

Altro essemplio nell'Equatione d'1.4. & numero Eguale a z.

Habbiasi 1.4. p. 8. Eguali a 12. z. Et Trasmutati in

1. z. p. 8. Eguale a 12. z.

6. via 6. fa 36. canatone 8. resta 36. m. 8. che la B. è B. L. 36. m. B. 8. 7 questa giunta, & canata a 6. mita del numero delle z. fa 6. p. B. L. 36. m. B. 8. 7 Et ancora 6. m. B. L. 36. m. B. 8. 7. ciascuna delle quali due quantità è il valore della z. in questa Equatione bafsa, ma nella principale è il valore del z. però in essa Equatione principale il valore della z. farà. B. L. 6. p. B. L. 36. m. B. 8. 7. Et ancora B. L. 6. m. B. L. 36. m. B. 8. 7. 7. Pigliasi la B. di 6. p. B. L. 36. m. B. 8. 7. ch'è binomio composto da 6. numero, & da B. L. 36. meno B. 8. 7.

36. quad. della parte maggiore.

fi qua 36. m. B. 8. quad. della parte minore.

resta B. 8. del che si piglia la B. ch'è B. B. 8. la mita della quale è B. 4. che giunta, & canata a 3. mita di 6. parte maggiore, ne risultano 3. p. B. B. 4. Et 3. m. B. B. 4. le B. de' quali dui risultanti sono B. L. 3. p. B. B. 4. 7. Et rad. L. 3. m. rad. rad. 4. 7. quali giunte insieme formano la rad. del binomio 6. p. rad. L. 36. m. rad. 8. 7. Ma di giunte formano la rad. del residuo 6. m. rad. L. 36. m. rad. 8. 7. onde potremo ancora dire, che quando 1.4. p. rad. 8. è Eguale a 12. z. all' hora la z. vale rad. L. 3. p. rad. rad. 4. 7. p. rad. L. 3. m. rad. rad. 4. 7.

Proua numerale valendo la z. rad. L. 3. p. rad. rad. 4. 7. p. rad. L. 3. m. rad. rad. 4. 7.

Quadrati rad. L. 3. p. rad. rad. 4. 7. p. rad. L. 3. m. rad. rad. 4. 7. valore della z.

via rad. L. 3. m. rad. rad. 4. 7. seconda parte.

fa rad. L. 9. m. rad. 4. 7. Il suo doppio è rad. L. 36. m. rad. 8. 7.

Il quad. della prima parte del binomio è 3. p. rad. rad. 4. 7.

Il quad. della seconda parte è 3. m. rad. rad. 4. 7.

la somma è 6. che giunta al doppio del duto delle due parti fa 6. p. rad. L. 36. m. rad. 8. 7. il che è il quad. del binomio superiore di rad. legate, valore della z. però esso suo quad. cioè 6. p. rad. L. 36. m. rad. 8. 7. è il valore del z.

Et ancora vale rad. L. 3. p. rad. rad. 4. 7. m. rad. L. 3. m. rad. rad. 4. 7.

Quadrati 6. p. rad. L. 36. m. rad. 8. 7. valore del z. rad. L. 36. m. rad. 8. 7.

6. p. rad. L. 36. m. rad. 8. 7.

via rad. L. 36. 7

36. p. 36. m. rad. 8.

fa rad. L. 1296. m. rad. 10368. 7.

Cioè 72. m. rad. 8. è la somma de' il suo doppio è.

dui quad. delle due parti, che giuntoli i rad. L. 5184. meno rad. 165888. 7.

due dotti dell'vna parte in l'altra fa 72. meno rad. 8. p. rad. L. 5184. meno rad. 165888. 7. il che è il quad. del valore del z. però esso quad. sarà il valore d'1.4. A questo giunto rad. 8. numero che nell'Equatione è con l'1.4. fa 72. p. rad. L. 5184. meno rad. 165888. 7. Et questo è il valore d'1.4. p. rad. 8. sinistra parte dell'Equatione. Ma il valore di 12. z. parte destra è l'istesso, perche è quanto 12. volte 6. p. rad. L. 36. meno rad. 8. 7. per il che siamo sicuri, che quando 1.4. p. rad. 8. è Eguale a 12. z. la z. vale rad. L. 3. p. rad. rad. 4. 7. più rad. L. 3. meno rad. rad. 4. 7. d. vogliamo dire, & è l'istesso, cioè 4. vale rad. L. 6. più rad. L. 36. meno rad. 8. 7.

Et perche la medesima proua numerale ci serue a quadrare i Residui, che sono valute della z. mutato solo nelle operationi il più in meno, quando bisogna, vediamo ancora esser buona l'altra valuta della z. cioè rad. L. 3. più rad. rad. 4. 7. L. meno rad. L. 3. meno rad. rad. 4. 7. 7. Ouero rad L. 6. meno rad. L. 36. meno rad. 8. 7. 7.

Nella istessa Equatione d'1.4. più rad. 8. Eguale a 12. z. si troui anco il valore della z. mediante l'altro modo di Trasmutatione.

1.4. più rad. 8. Eguale a 12. z.

si piglia 1. z. più rad. rad. 8. Il suo quad. è.

Composto

1.4. più rad. rad. 128. z. più rad. 8. & sarà a Eguale a (12. più rad. rad. 128. ) z.

c

Però



Però  $1. z$  piu rad. rad. 8. Eguale a rad. L' 12. piu rad. rad. 128. 7. co.

Qua 3. p. 12. 12. 12. quarta parte del quad. del numero delle  $z$ , canisi B. B. 8. numero della Equatione accompagnato all' 1. z, & resta 3. m. B. B. 12. la B. del qual restante è B. L. 3. m. B. B. 12. 7. da giungere, & cauare alla metà del numero delle  $z$ , cioè a B. L. 3. p. B. B. 12. 7. D. & ne resultano B. L. 3. p. B. B. 12. 7. p. B. L. 3. m. rad. rad. 12. 7. & rad. L. 3. p. rad. rad. 12. 7. m. rad. L. 3. m. rad. rad. 12. 7. ciascuno de' quali è il valore della  $z$  in ciascuna d'esse Equationi.

\* Di questo composto de'  $z$ ; 12. piu rad. rad. 128. (ch'è la parte destra Eguale ad 1. 3 piu rad. rad. 128. z piu rad. 8.) hauendosene a pigliare la rad. si cauara rad. 128. quad. della parte minore da 144. quad. di 12. parte maggiore, & del restante 144. meno rad. 128. si piglia la rad. quadra, che è rad. L. 144. meno rad. 128. 7. la metà della qual, cioè rad. L. 36. meno rad. 8. 7. si giuga, & cani a 6. metà di 12. parte maggiore, & ne resultano 6. piu rad. L. 36. meno rad. 8. 7. Et 6. meno rad. L. 36. meno rad. 8. 7. de' ciascuno de' quali dui risultanti si piglia la rad. & sono rad. L. 6. piu rad. L. 36. meno rad. 8. 7. Et rad. L. 6. meno rad. L. 36. meno rad. 8. 7. 7. quali due rad. L. L. si giungono insieme, & la somma loro, cioè rad. L. 6. piu rad. L. 36. meno rad. 8. 7. 7. piu rad. L. 6. meno rad. L. 36. men.

rad. L. 7. farà la rad. del binomio 12. piu rad. rad. 128.

Ancora nella Equatione d' 1. 4. p. rad. 8. Eguale a 12. z, hauendola ridutta all' Equatione d' 1. z piu rad. rad. 8. Eguale a rad. L. 12. p. rad. rad. 128. 7. 1. potremo mò ridur questa, & però quella ad Equatione semplice di cose. Eguali a numero.

12. m. rad. L. 12. p. rad. rad. 128. 7. 1. p. rad. rad. 8. Eguale a o.

pigli si 1. z m. rad. L. 3. p. rad. rad. 12. 7. Il suo quad. è.

1. z meno rad. L. 12. p. rad. rad. 128. 7. 1. p. rad. 3. p. rad. rad. 12. 7. Et sarà Eguale a 3. men. rad. rad. 12. 7.

Però 1. z meno rad. L. 3. p. rad. rad. 12. 7. Eguale a rad. L. 3. meno rad. rad. 12. 7.

Cioè 1. z. Eguale a rad. L. 3. piu rad. rad. 12. 7. piu rad. L. 3. meno rad. rad. 12. 7.

Ouerò pigliando da quadrare.

rad. L. 3. piu rad. rad. 12. 7. meno 1. z. Il suo quad. sarà

3. piu rad. rad. 12. 7. meno rad. L. 12. piu rad. rad. 128. 7. 1. piu 1. z. Et sarà Eguale a 3. men. rad. rad. 12. 7.

Però rad. L. 3. piu rad. rad. 12. 7. meno 1. z. Eguale a rad. L. 3. meno rad. rad. 12. 7.

Però rad. L. 3. piu rad. rad. 12. 7. Eguale a rad. L. 3. meno rad. rad. 12. 7. piu 1. z.

Cioè rad. L. 3. piu rad. rad. 12. 7. meno rad. L. 3. meno rad. rad. 12. 7. Eguale ad 1. z.

Et di più questa Equatione d' 1. 4. piu rad. 8. Eguale a 12. z, riducendola a semplice Equatione di 1. Eguale a numero, si potrà operare come si vede qui sotto, & si trouaranno le due valute de' la  $z$ , trouate anco ne gli altri modi adoprati.

1. z piu rad. 8. Eguale a 12. z.

1. z meno 12. z piu rad. 8. Eguale a o.

si piglia 1. z meno 6. Il suo quad. è

1. z meno 12. z piu 36. Et sarà Eguale a 36. meno rad. 8.

Però 1. z meno 6. Eguale alla rad di 36 meno rad. 8. Cioè a rad. L. 36. meno rad. 8. 7.

Cioè 1. z. Eguale a 6. piu rad. L. 36. meno rad. 8. 7.

Però 1. z. Eguale a rad. L. 6. piu rad. L. 36. meno rad. 8. 7.

Et pigliando 6. meno 1. z. Il quad. sarà

6. meno 12. z, piu 1. z. Et sarà Eguale a 36. meno rad. 8.

Però 6. meno 1. z. Eguale a rad. L. 36. meno rad. 8. 7.

Cioè 6. piu rad. L. 36. meno rad. 8. 7. Eguale ad 1. z.

Però rad. L. 6. piu rad. L. 36. meno rad. 8. 7. Eguale ad 1. z.

Et se anco hauendo ridutta questa Equatione d' 1. 4. piu rad. 8. Eguale a 12. z, ad Equatione d' 1. z piu rad. 8. Eguale a 12. z, cioè non variando i numeri, nella quale il valore della  $z$ , viene ad essere valore del  $z$  nella Equatione principale; ci parebbe, potremo ridurre questa d' 1. z piu rad. 8. Eguale a 12. z, ad Equatione semplice di 1. Eguale a numero.

1. z meno 12. z piu rad. 8. Eguale a o.

si piglia 1. z meno 6. Il suo quad. sarà

1. z meno 12. z, piu 36. Et sarà Eguale a 36. meno rad. 8.

Però 1. z meno 6. Eguale a rad. L. 36. meno rad. 8. 7.

Cioè 1. z. Eguale a 6. piu rad. L. 36. meno rad. 8. 7.

Ouerò pigliando 6. meno 1. z. Il suo quad. sarà

36. meno



36. meno 12. cose, più 1. cenfo. Et sarà Eguale a 36. meno rad. 8.

Però 6. meno 1. cosa. Eguale a rad.  $L$  36. meno rad. 8. 7

Cioè 6. meno rad.  $L$  36. meno rad. 8. 7. Eguale ad 1. cosa.

Et perche il valore della  $x$  in questa Equatione bassa, è l'istesso ch'è valore del ce. nella Equatione d'1.  $x$  più rad. 8. Eguale a 12. ce. ne segue che le rad. di queste due valute trouate, saranno le due valute della  $x$  in detta Equatione principale, la  $x$  dunque valerà rad.  $L$  6. più rad.  $L$  36. meno rad. 8. 7 7.

Et anco valerà rad.  $L$  6. meno rad.  $L$  36. meno rad. 8. 7 7.

Ancora se consideraremo (come si fece nel Capitolo d'1. ce. & numero Eguale a  $x$ ) che hauendo poniamo 1.  $x$  più 60. Eguale a 16. ce. si vede che il ce. conuien valer tanto, che moltiplicato per 16. (che faranno li 16. ce.) facci quanto moltiplicando esso valore del ce. in se stesso (che se ne produrrà li 1.  $x$ ) & al prodotto giungere il 60. ch'è di più con l'1.  $x$ ; Et perciò conuiene, che il ce. vagli manco di 16. numero delli ce. acciò che vna parte del 16. che sarà valore de' ce. moltiplicata in se stessa produca l'1.  $x$ ; & l'altra parte ch'è il restante fino al 16. moltiplicata per esso valore del ce. cioè per la prima parte produca il num. 60. Perilche si vede, che il trouare il valore del ce. viene ad essere il trouare detta prima parte del 16. & a moltiplicare essa prima parte, per la seconda se ne forma il 60. Onde se diuideremo 16. in due parti tali, che moltiplicata l'una via l'altra producano 60. qual si vogli d'esse due parti potrà essere il valore del ce. che moltiplicata in se stessa produrrà l'1.  $x$ ; & moltiplicata via l'altra parte produrrà il 60. come bisogna. Et per diuidere 16. in due parti tali, che il prodotto loro sia 60. già mostrammo la regola deducta nel discorso naturale nel fine di carte 7. nell'opera dell'Algebra, trattando del Capitolo di 1. ce. & numero Eguale a  $x$ ; nondimeno supponendo di non sapere regola alcuna, noi seruendoci dell'Algebra sin' hora imparata, potremo ponere, che la prima parte del 16. sia 1. co. & perciò l'altra parte il resto fino a 16. cioè 16. men. 1. co. il loro prodotto è 16. co. men. 1. ce. & questo deue essere 60. però habbiamo 16. co. men. 1. ce. Eguale a 60. cioè 16. co. Eguale ad 1. ce. più 60. Onde dal quad. della mità del 16. numero delle co. cauato il 60. numero della Equatione, ch'è con l'1. ce. resta 4. la rad. del quale è 2. & questo 2. giunto, & cauato ad 8. mità di 16. numero delle co. ne risulta 10. & 6. ch'è valore della co. & sono le parti del 16. che producono il 60. per ilche il ce. nella Equatione d'1.  $x$  più 60. Eguale a 16. ce. vale 10. ouero anco 6. Et la co. rad. del ce. valerà rad. 10. Et anco rad. 6. Et così di qui, perche nella Equatione d'1. ce. più 60. Eguale a 16. co. Il 60. numero è sempre l'istesso 60. numero della Equatione principale, & il 16. numero delle co. è sempre l'istesso 16. numero de' ce. nell'Equatione principale, vediamo che l'Equatione, o Capitolo di 1.  $x$  & numero Eguale a ce. si trasmuta nell'Equatione nota di ce. & numero Eguale a co. restando i numeri gl'istessi nell'vna Equatione che nell'altra; & che il valore della co. in questa Equatione bassa nota, viene ad essere il valore del ce. nella Equatione superiore, onde la rad. d'esso valore del ce. ci mostra poi il valore della co. nella istessa Equatione superiore.

Ma se nel trouare le parti del 16. che moltiplicate fra loro produchino 60. ponremo l'vna essere la mità del 16. & 1. co. di più, cioè 8. più 1. co. & l'altra il restante cioè 8. meno 1. co. Il loro prodotto sarà 64. meno 1.  $x$ ; il che verrà ad essere Eguale al 60. onde accomodato il meno 1. ce. haueremo 1. ce. più 60. Eguale a 64. & leuato 60. da ciascuna parte haueremo 1. ce. Eguale a 4. & perciò il ce. valerà 4. onde la co. valerà 2. però le due parti del 16. faranno 8. più 2. & 8. meno 2. cioè 10. & 6. Ciascuna dunque d'esse 10. & 6. sarà il valore del ce. nell'Equatione d'1.  $x$  più 60. Eguale a 16. ce. & però la co. valerà rad. 10. & anco rad. 6.

(Et ben si vede che se nell'Equatione d'1. ce. più 60. Eguale a 16. co. (cioè nell'Equatione d'1. ce. & numero Eguale a co.) i dui valori della co. sono sempre tali, che la somma loro è quanto il numero delle co. & il prodotto loro è sempre eguale al numero della Equatione ne segue, che poi nell'Equatione d'1.  $x$  più 60. Eguale a 16. ce. (cioè nell'Equatione d'1.  $x$  & numero eguale a ce.) nella quale quello che era valore della co. nell'Equatione d'1. ce. & numero eguale a co. douenta poi valore del ce. & perciò la rad. d'esso valore del ce. è poi valore della co. si vede dico che nell'Equatione d'1.  $x$  & numero eguale a ce. I dui valori della co. sono sempre tali, che la somma de' dui quadrati loro è quanto il numero de' ce. & il quad. del prodotto loro è sempre eguale al numero della equatione.)

Da questo modo anco d'operare, vediamo poterse dedurre la Regola all'equatione d'1.  $x$  & numero eguale a ce. dicendo.

Dal quad. della mità del numero de' ce. si caui il numero della Equatione, & del restante si pigli la rad. quale si giunga, & caui alla mità del numero delli ce. & di ciascuno delli dui risultanti (che sarà il valore del ce.) si pigli la rad. che ciascuna d'esse due rad. potrà essere il valore della cosa.

Anco-



Ancora per maggior aiuto dello Studente darò pure almeno il seguente modo naturale da trovare la regola al Capitolo di  $z$ , &  $z$  eguale a numero. Et al Capitolo di  $z$ , &  $z$  eguale a  $z$ , & numero. Si e bene in quello operando come nel Capitolo di  $z$ , &  $z$  eguale a numero. Et in quest'altro come nel Capitolo di  $z$  eguale a  $z$ , & numero, si troua il valore del  $z$ , & consequentemente poi il valore della cosa.

Sia  $1.4. \bar{p} 16. z$ . Eguale a  $36$ . La  $B$  d'  $1.4.$  è  $1. z$ ; la metà di  $16$ . numero de'  $z$ , è  $8$ . qual  $8$ . si piglia per numero da giungere all'  $1. z$ . accioche  $1. z \bar{p} 8$ . sia quantità, che moltiplicata in se stessa produca l'  $1.4. \bar{p} 16. z$ ; ma produrrà anco di più  $64$ . quad. dell'  $8$ . però haueremo  $1.4. \bar{p} 16. z$ . più  $64$ . & questo è  $64$ . più dell'  $1.4. \bar{p} 16. z$ , ch'era eguale a  $36$ . onde giunto esso  $64$ . ancora al  $36$ . haueremo poi  $1.4. \bar{p} 16. z \bar{p} 64$ . Eguale a  $100$ . però la  $B$  dell' vna quantità sarà eguale alla rad. dell'altra cioè  $1. z \bar{p} 8$ . eguale a  $10$ . & leuato l'  $8$ . communemente haueremo  $1. z$  eguale a  $2$ . per il che la  $z$  valerà  $18$ . Et perche l'  $8$ . il quad. del quale si giunge al  $36$ . & della somma si piglia la  $B$  dalla quale poi si caua esso  $8$ . (che la  $B$  del restante è il valore della  $z$ ) è sempre la metà del  $16$ . num. de'  $z$ . che sono co' l'  $1.4.$  vediamo che per ciò la regola del Capitolo, o Equatione d'  $1.4. \bar{p} z$  eguale a numero deriuandola di qui, potrà essere questa.

Giungasi il quad. della metà del numero de'  $z$ , al numero della Equatione, & dalla  $B$  della somma si caui essa metà del numero de'  $z$ , & del restante si pigli la  $B$ , che essa  $B$ . sarà il valore della cosa.

Et nel Capitolo, o Equatione di  $z$ . Eguale a  $z$ , & numero. Sia  $1.4. \bar{p} 16. z \bar{p} 36$ . Leuati li  $16. z$  da ciascuna banda, accio il numero  $36$ . resti da se, haueremo  $1.4. \bar{m} 16. z$ . Eguale a  $36$ . hora presa la rad. d'  $1.4.$  ch'è  $1. z$ , & m'  $8$ . cioè la metà del numero de' m'  $16. z$ , accioche del composto  $1. ce. m' 8$ . il suo quad. formi l'  $1.4. \bar{m} 16. ce.$  & quel numero di più, che ne venga, qual più non importa quanto sia; ma di esso  $1. ce. m' 8$ , il quad. è  $1.4. \bar{m} 16. ce.$   $\bar{p} 64$ . ch'è più dell'  $1.4. \bar{m} 16. ce.$  in  $64$ . quad. dell'  $8$ . metà del  $16$ . numero de'  $ce.$  onde giunto esso  $64$ . ancora al  $36$ . num. dall'altra parte, che fa  $100$ . haueremo  $1.4. \bar{m} 16. ce. \bar{p} 64$ . Eguale a  $100$ . però la  $B$  dell' vna parte, cioè  $1. ce. m' 8$ . sarà eguale alla  $B$  dell'altra, cioè a  $10$ . & hora accomodato il m'  $8$ . cioè giunto al  $10$ . si hauerà  $1. ce.$  eguale a  $18$ . onde la  $z$  valerà  $18$ .

(Et notiti, che non potiamo dire che la  $B$  d'  $1.4. \bar{m} 16. ce. \bar{p} 64$ . qui possa anco essere  $8$ . m'  $1. ce.$  perche essendo  $1.4.$  Eguale a  $16. ce.$  più  $36$ . conosciamo che l'  $1.4.$  è maggiore de'  $16. ce.$  & per ciò vediamo, che il  $ce.$  vale più di  $16$ . num. de'  $ce.$  (che se potesse valere solo  $16$ . o meno, all' hora il  $4.$  farebbe solo quanto  $16. ce.$  o meno, & non  $36$ . di più; anzi bisogna che vagli tanto più di  $16$ . che quel più moltiplicato per esso valore formi il  $36$ . in che l'  $1.4.$  supera li  $16. ce.$ ) onde tanto più conosciamo, che vale più di  $8$ . metà d' esso  $16$ . però il dire  $8$ . men.  $1. ce.$  farebbe inconueniente, poiche così si supponeria che  $1. ce.$  valesse manco d'  $8$ . douendosi cauare da  $8$ . il che in queste Equatione d'  $1.4.$  Eguale a  $ce.$  & numero non può mai auuenire, perche ne anco in questa Equatione la  $z$  può mai hauere due valute diuerse, ma doue occorre che la  $z$  possa hauere due valute diuerse, come auuene nell' Equatione d'  $1.4. \bar{p} z$  num. Eguale a  $ce.$  cioè come se hauesimo  $1.4. \bar{p} 36$ . Eguale a  $16. ce.$  all' hora di  $1.4. \bar{m} 16. ce. \bar{p} 64$ . può ben dirsi la  $B$  essere nò solo  $1. ce. men. 8$ . ma anco  $8$ . men.  $1. ce.$  perche iui, & può il  $ce.$  valere più d'  $8$ . & anco manco d'  $8$ . Et perche l'  $8$ . il quad. del quale si giunge al  $36$ . & della somma si piglia la  $B$  alla quale poi si giunge esso  $8$ . (che la  $B$  della somma è il valore della  $z$ ) è sempre la metà del  $16$ . numero de'  $ce.$  che sono con l'  $1.4.$  vediamo che per ciò la regola del Capitolo, o Equatione d'  $1.4. \bar{p} z$  eguale a  $ce.$  & numero, deriuandola di qui, potrà essere questa.

Giungasi il quad. della metà del numero de'  $ce.$  al numero della Equatione, & alla  $B$  della somma si giunga essa metà del numero de'  $ce.$  & della somma si pigli la rad. che essa rad. sarà il valore della cosa.

Et se nel nostro principal quesito che dice. Diuidasi  $10$ . in due parti tali, che a moltiplicare la metà della prima, via l'  $\frac{1}{3}$ . della seconda, il prodotto sia eguale alla prima. Si ponesse la prima essere  $1.3$ , & però la seconda  $10$ . men.  $1.3$ , che moltiplicato  $\frac{1}{3}$ . metà della prima, via  $\frac{1}{3}$ . men.  $\frac{1}{3}$ .  $3$ , ch'è l'  $\frac{1}{3}$ . della seconda produce  $1. \frac{1}{3}$ .  $3$  men.  $\frac{1}{6}$ .  $6$ . Il che deue essere quanto  $1.3$ , ch'è la prima, che per ciò si hauerà  $1. \frac{1}{3}$ .  $3$ men.  $\frac{1}{6}$ .  $6$ . Eguale ad  $1.3$ ; onde accomodato il men. & leuato  $1.3$  da ciascuna banda haueremo  $\frac{2}{3}$ .  $3$ . Eguale ad  $\frac{1}{6}$ .  $6$ . Et ridotta la Equatione ad  $1.6$ , ch'è la maggior dignità, cioè partito ciascuna parte per  $\frac{1}{6}$ . num. de'  $6$ , haueremo  $4.3$ . Eguali ad  $1.6$ , & schisato, o partito ciascuna parte per  $1.3$ , haueremo finalmente  $4$ . Eguale ad  $1.3$ . cioè  $1.3$  sarà quanto  $4$ . Et perciò il  $3$  valerà  $4$  per il che la prima parte del  $10$ . posta essere  $1.3$  sarà  $4$ . & la seconda posta essere  $10$ . men.  $1.3$  sarà  $10$ . men.  $4$ . cioè  $6$ .

Ma ponendosi del  $10$ . la seconda parte essere  $1.3$ , & perciò la prima  $10$ . men.  $1.3$ , che così moltiplicato  $\frac{1}{3}$ . men.  $\frac{1}{3}$ .  $3$ , metà della prima via  $\frac{1}{3}$ .  $3$ , ch'è l'  $\frac{1}{3}$ . della seconda, produce  $1. \frac{1}{3}$ .  $3$ men.  $\frac{1}{6}$ .  $6$ ; questo



questo douendo essere quanto la prima sarà Eguale a 10. m. 1.3, onde accomodati li m. si haucra  
 $2 \frac{2}{3} \cdot 3$ . Eguale a  $\frac{1}{6} \cdot 6$  p. 10. Et ridotto ad 1.6, (perche il 6 è la maggior dignita Algebratica,  
 che sia fra queste) partendo ogni cosa per  $\frac{1}{6}$  numero de' 6, haucremo 16.3. Eguale ad 1.6 p. 60.  
 Ma noi non sappiamo la Regola di questa Equatione di 1.6, & numero Eguale a 3. per ilche giu-  
 diciofamente cercheremo di trouarla, & perciò potremo considerare, che essendo hora 16.3. Eguali  
 ad 1.6 p. 60. si vede che il valore del 3 conuenie essere tanto, che preso 16. volte facci quato a giun-  
 gere 60. a quello che sarà valore dell' 1.6, ma l' 1.6 è il quad. d' 1.3, cioè l' 1.6, è tanto quanto im-  
 porta il prodotto che nasce a moltiplicare il valore del 3, di 1.3 in se stesso, per ilche conuenie  
 che il valore del 3 sia tanto, che moltiplicato per 16. facci quato a moltiplicarlo in se stesso, & al  
 prodotto giungere 60. Se sapessimo dunque trouare vna quantita, che moltiplicata in se stessa, &  
 al prodotto giunto 60. la somma fusse quanto a moltiplicare essa quantita per 16. ella saria il va-  
 lore del 3; Ma per trouarla, seruiamoci di quello che habbiamo imparato, che perciò potremo  
 ponere la quantita che si cerca essere 1.3; il suo quad. è 1.3, giuntoli 60. fa 1.3 p. 60. & questo è  
 Eguale a 16. volte 1.3, cioè a 16.3. Et così siamo peruenuti alla Equatione d' 1.3, & num. Eguale  
 a 3, nella quale sappiamo, che dal quad. della mira del numero delle 3, si caua il num. della Equa-  
 1.3 p. 60. Eguale a 16.3. rione, & la rad. quadra del restante si giunge, & caua alla mira del nu-  
 mero delle co. che ciascuno de' dui risultanti è valore della co. Onde  
 hora da 64. quadrato di 8. mita di 16. numero delle co. caueremo 60.  
 numero della Equatione, ch'è con l' 1.3, & resta 4. la rad. del quale è 2.  
 & questo 2. giunto, & cauato ad 8. fa 10. & 6. che perciò 10. ouero an-  
 co 6. può essere il valore della co. (che con 100. quad. di 10. giunto  
 60. fa 160. ch'è 16. volte 10. & anco cò 36. quadrato di 6. giunto 60. fa  
 96. ch'è 16. volte 6. per ilche la quantita cercata sarà 10. & anco potrà  
 essere 6. ma questa quantita ha da essere, & mostrare il valore del 3 nella Equatione di 16. p. 60.  
 Eguale a 16.3. però diremo che il 3 vale 10. ouero 6. (che quanto al 10. ben si vede, che se 1.3 va-  
 le 10. l' 1.6 valera 100. (quadrato di 10.) & giuntoli 60. fa 160. ch'è quanto il valore di 16.3. Et  
 giunto al 6. ben si vede similmente, che l' 1.3 vale 6. l' 1.6 valera 36. (quad. di 6.) & giuntoli 60.  
 fa 96. ch'è 16. volte 6. cioè è quanto 96. valore de' 16.3.) Et così perche potessimo che delle due  
 parti del 10. la seconda fusse 1.3; hauendo hora trouato il 3, valere 10. & 6. ella sarà 10. & 6. Et per-  
 ciò l'altra prima parte sarà il restante fino al 10. cioè 0. ouero 4. Se bene ci seruiremo delle 6. &  
 4. perche il 10. & 0. non fa a proposito.

Da quest' operare si conolce, che la Equatione d' 1.6 p. 60. Eguale a 16.3, si viene a ridurre al-  
 l'altra Equatione d' 1.3 p. 60. Eguale a 16. co. & che il trouare il valore della co. in questa bassa, è  
 quanto il trouare il valore del 3 in quella; cioè che quando haucremo 1.6 p. 60. Eguali a 16.3; si  
 suppona d' haucere 1.3 p. 60. l' eguale a 16. co. Et in questa Equatione nota si troui il valore della  
 co. che esso valore della co. qui verra ad essere il valore del 3 in quella; per ilche se ci fusse poi di-  
 bisogno trouare anco il valore della co. in quella; perche la co. ò vogliamo dire 1. co. è rad. tuba  
 del 3, ò d' 1.3; noi pigliaremmo la rad. cuba del valore del 3, & essa seria il valore della co. in quel-  
 la Equatione, cioè per effempio dicendo; Troui vna quantita, che il suo cubato moltiplicato  
 per 16. facci quanto a moltiplicare il suo cubato detto in se medesimo, & al prodotto giungere  
 60. Noi postala quantita cercata essere 1. co. il suo cubato saria 1.3, che moltiplicato per 16. fa  
 16.3; Ancora il cubato d' essa quantita, cioè l' 1.3 moltiplicato in se stesso produce 1.6, al quale  
 giunto 60. fa 1.6 p. 60. ilche saria Eguale a 16.3; Onde in questa Equatione supponendo d' haucere  
 non 1.6 p. 60. Eguale a 16.3; ma 1.3 p. 60. Eguale a 16. co. ò vogliamo dire, operando come se ha-  
 uessimo 1.3 p. 60. Eguale a 16. co. noi moltiplicheremo 8. mita del numero de' 16. 2 in se stesso,  
 che fa 64. dal quale caueremo 60. numero della Equatione, & resta 4. del quale presa la rad. qua-  
 dra, ch'è 2. la giungeremo, & caueremo ad 8. mita del 16. numero de' 2, & ne risulta 10. & 6. ilche  
 nella nostra Equatione d' 1.6 p. 60. Eguale a 16.3, viene ad essere il valore del 3, cioè 1.3, vale 10.  
 ouero anco 6. cuba 6. per ilche la quantita cercata posta essere 1.3, sarà 10. ouero anco  
 potrà essere 6. cuba 6. Cioè 10. cuba 10. sarà vna quantita, che il suo cubato qual è 1000.  
 cioè 10 moltiplicato per 16. & fa 160. sarà tanto, quanto a moltiplicare il cubato d' essa quanti-  
 ta in se stesso, ch'è moltiplicare 10. cubato di 10. in se stesso, cioè 10. via 10. che fa 100. & a  
 questo 100. giungere 60. che fa in somma l'istesso 160. Et anco 6. cuba 6. è similmente vna qua-  
 ntita, che il suo cubato quale è 216. cioè 6. moltiplicato per 16. & fa 96. farà tanto quanto  
 a moltiplicare il cubato d' essa quantita in se stesso, ch'è moltiplicare 6. via 6. & fa 36. & a questo  
 36. giungere 60. che fa in somma l'istesso 96.

Et così si vede la Regola del trouare il valore della 3 nella Equatione d' 1.6, & numero Eguale  
 a 3, potere essere questa.

d

Quan-



Quando 1. 6. & numero sono Eguali a 3. Dal quad. della mità del numero de' 3 si caui il numero della Equatione, & la Bx quadra del restate si giunga, & caui alla mità del numero de' 3, che ciascuno de' dui risultanti sarà valore del 3. Et di ciascuno d'elli dui risultanti si pigli la Bx cuba, che ciascuna di loro mostrerà, o sarà il valore della 1.

Et se accompagnaremo li 3 al numero, restandol' 1. 6 da sé; O se accompagnaremo li 3 all' 1. 6, restandol' il numero da sé, cioè se haueremo 3, & numero Eguale ad 1. 6; Ouero se haueremo 1. 6, & 3, Eguale a numero, faccendosi le medesime considerationi, vedremo (che alla similitudine della superiore,) Nella Equatione di 3, & numero Eguale ad 1. 6, si trouarà il valore del 3 nel modo istesso, che si troua se haueremo 1, & numero, Eguale a 2. Et nella Equatione di 1. 6, & 3 Eguale a numero si trouarà il valore del 3, nel modo istesso, che se hauesimo 1. 2, & 1 Eguali a numero. Che per maggior sodisfattione dello Studente se haueremo poniamo 1. 6 p 16. 3. Eguali a 60. vediamo che il valor del 3 conuiene che sia tanto, che preso 16. volte, cioè moltiplicato per 16. & al prodotto giunto il quad. d'esso valore del 3 (per formarne l' 1. 6. ch'è il quad. d' 1. 3) la somma sia 60. onde per trouare esso valore del 3, potremo ponere egli essere 1. 4, che moltiplicato per 16. fa 16. 4, & a questo giunto 1. 2, quadrato dell' 1. 4, fa 1. 2 p 16. 4, il che deve essere 60. però è Eguale a 60. Onde in questa Equatione d' 1. 2 p 16. 4, Eguale a 60. (alla quale si viene ad esser ridutta la nostra principale d' 1. 6, p 16. 3, Eguale a 60. ciascuna delle quali Equationi ha sempre gl'istessi numeri) giungeremo 64. quadrato d' 8. mità del 16. numero de' 2, a 60. numero della Equatione, & fa 124. dalla Bx del quale ch'è Bx 124. caueremo l' 8. detto mità del numero de' 2, & resta Bx 124. m 8. il che è il valore della 1.

Bx 124. m 8. vale la 1.  
via Bx 124. m 8.

188. m 16. volte Bx 124. vale il 3.  
16. volte Bx 124. m 128. vagliono le 16. 4.  
sōma 188. m 128. cioè 60. come bisogna.

la Bx cuba del cubo, valerà la Bx cuba d'essa quantità, cioè valerà Bx cuba L Bx 124. m 8. 7. Et così sapremo, che quando 1. 6, p 16. 3, sono Eguali a 60. all' hora la 1, vale Bx cuba L Bx 124. m 8. 7, cioè che Bx cuba L Bx 124. m 8. 7 è quantità tale, che il suo cubato quale è Bx 124. m 8. moltiplicato per 16. & al prodotto ch'è Bx 3744. m 128. giunto il quad. cubo d'essa quantità, ch'è 188. m 31744. (che il cubato della quantità Bx cuba L Bx 124. m 8. 7 è Bx 124. m 8. & il quad. di questa Bx 124. m 8. è 188. m 31744.) fa in tutto 60.

Se qui mò senza far mentione di Trasmutatione in Equatione più bassa di 3, & 1. Eguale a numero, vorremo dedurre la regola all' Equatione di 6, & 3, Eguale a numero; potremo dire, Quando 1. 6, & 3, sono Eguali a numero; Al quad. della mità del numero de' 3, si giunga il numero della Equatione, & dalla Bx della somma si caui essa mità del numero de' 3, & del restante si pigli la Bx cuba, che ella sarà il valore della cosa.

Ancora nel restante Capitolo, d' Equatione de' tre, doue occorrono 6, & 3, & numero, ch'è quando il 6. è da sé; Habbiasi poniamo 1. 6 Eguale a 16. 3 p 60. Qui similmente vediamo che il 3. ha da valer tanto, che moltiplicato per 16. & al prodotto giunto 60. la somma sia questo 1. 6. cioè quāto il quad. del valor del 3; diremo dunque. Trouisi vna quantità, che moltiplicata per 16. & al prodotto giunto 60. la sōma sia eguale al quad. d'essa quantità; per il che ponendo essa quantità essere 1. 4, moltiplicata per 16. fa 16. 4, a qsto giunto 60. fa 16. 4 p 60. il che deve essere quāto il quad. d' 1. 4, cioè quāto 1. 2, però habbiamo 1. 2 Eguale a 16. 4 p 60. (a che si viene ad hauer ridutta la Equationi principale d' 1. 6. Eguale a 16. 3 p 60. nelle quali due Equationi, i numeri per ordine sono sempre gl'istessi) onde giunto il 60. numero della Equatione a 64. quadrato d' 8. mità di 16. numero delle 1, & fa 124. & alla sua Bx, ch'è Bx 124. giunto l' 8. detto mità del numero delle 1, che, fa Bx 124. p 8. questo è il valore della 1; per il che questo Bx 124. p 8. è la quantità cercata, che ha da essere il valore del 3 nella nostra Equatione; onde il 3 valendo Bx 124. p 8. la 1 mò, ch'è Bx cuba del 3, valerà la Bx cuba d'essa quantità, cioè valerà Bx cuba L Bx 124. p 8. 7; per il che il quadrocubo d'essa, ch'è 188. p Bx 31744. sarà quanto a giungere 60. a 16. volte il suo cubato. cioè quanto a giungere 60. a Bx 31744. p 128. che fa pure 188. p Bx 31744. Et se di qui, senza far mentione di Trasmutatione in Equatione più bassa di 3, Eguale a 1, & numero, vorremo dedurre la regola all' Equatione di 6, Eguale a 3, & numero potremo dire. Quando 1. 6 è Eguale a 3, & numero. Al quadrato della mità del numero de' 3, si giuga il numero della Equatione, & alla Bx della somma si giunga essa mità del numero de' 3, & dalla somma si pigli la Bx cuba, che ella sarà il valore della 1.

Da questi discorsi mò si può auertire, che nelle Equationi hauendo num. & due dignità Algebra-  
tiche



riche accoppagnate come siuogliano fra loro (cioè ne tre modi che possono occorrere che sono ò la maggior dignità da se Eguale a l'altra, & al num. ò la minor dignità da se Eguale a l'altra maggiore. & al numero, ò il numero da se Eguale alle due dignità ) sempre che la minor dignità sia la Bx quadra della maggiore. come occorre quado la minor dignità è 1, & la maggior 2; ò la minor 2, & la maggiore 4; ò la minore 3, & la maggiore 6; ò la minore 4, & la maggiore 8, ò la minore 5, & la maggiore 10; ò la minore 6, & la maggiore 12; &c. all' hora operando come si fa nelle tre Equationi doue 2, 1, & numero sono ne tre modi detti accompagnati nelle Equationi sempre si trouarà il valore della vnità della dignità minore della Equatione, qual dignità minore come s'è detto è la Bx quadra della dignità maggiore. Et se poi occorrerà di più a trouare il valore della 1, ò d'1, si noi mediante il valore noto della dignità minore detta, facilmente lo faremo a similitudine de gl'effempij dati di sopra; cioè se sapremo il valore del 2, perche la 1 è rad. quadra del 2, ancora la rad. quadra del valore del 2, sarà il valore della 1; Onde se il 2 ualesse 36. la 1 ualerebbe rad. quad. 6. Et se sapremo il valore del 3; perche la 1 è rad. cuba del 3; ancora la rad. cuba del valore del 3, sarà il valore della 1; Onde se il 3, ualesse 64. la 1 ualerebbe rad. cuba 64. cioè 4. Et similmente valendo il 4 64. la 1, ch'è la sua rad. quadra quadrata, ualerebbe rad. quadra quadra 64. cioè rad. quadra 8. Et così seguendo in infinito.

Laus DEO semper.





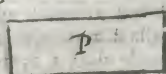


# IN DEI NOMINE. ALGEBRA LINEALE O GEOMETRICA.

Aggiunta nella quale nelle operationi Algebratiche in vece dell' operare  
con i numeri; si adoprano le linee.



**L** se nelle operationi Algebratiche in vece dell' numeri ci piacesse seruire delle linee: Noi andremo pure con il discorso naturale ritrouandone il modo. Che primieramente quanto alli Capitoli, o Regole da trouare il valore della cosa, quando si sia peruenuto alla Equatione; Cominciando al semplice Capitolo, o Equatione di cose eguali a numero, se supponeremo d'hauere, poniamo 10. & eguali a 40. che potrà deriuare da vno quesito che dica. Troui vn numero, o quantita che multiplicato per 10. facci 40. & perciò posto che sia 1. & multiplicato per 10. fa 10. & questo è eguale a 40. Onde partito 40. per 10. numero delle 1. ne viene 4. che è il valore della 1. & però è il numero cercato. Se ridurremo il quesito a quantità continue, cioè a linee, & superficie, & supponeremo che il 40. prodotto sia vna superficie nota (che le superficie sono contenute da linee, & in particolare le figure quadrangole rettangole, si dicono essere contenute da quelle due linee, che formano vno de i quattro suoi angoli retti, quali due linee si sogliono chiamare lunghezza, & larghezza,) & che il 10. sia vna linea retta data, potremo dire.



Troui vna retta quale cò la data retta d. (che con il 10.) cõtenga rettangolo eguale alla proposta superficie, o rettangolo P. (cioe che sia 40. di superficie;) Onde posto che la retta da trouarsi sia A. & vogliamo dire linea 1. ouero 1. & di linea; il rettangolo d'essa nella data d. douerà essere eguale alla superficie, o rettangolo proposto P. per il che questa linea 1. che cerchiamo douerà essere tale, che con la data d. cõtenga rettangolo eguale al P. proposto. Onde potremo mediante la 45. del primo d'Euclide sopra la data d. costituire vn paralellogrammo rettangolo, che sia eguale al proposto P. Et con la linea quale con la d. data formerà angolo retto sarà il valore della 1. o vogliamo dire sarà la linea 1. cercata. Dal che, deriuando la Regola del Capitolo di Cose eguali a numero potremo dire che; Sopra alla data retta (che mostra il numero delle cose della Equatione) si formi vn rettangolo eguale alla superficie proposta (che mostra il numero della Equatione) & all' hora la retta, che con la data farà angolo retto nel rettangolo formato, sarà il valore della 1. o linea 1. cercata. Si potrebbe ancora, ridotta la superficie nota, o rettangolo proposto a quadrato (mediante la ultima del secòdo) trouar poi la retta, quale con la data contenesse rettangolo eguale al quad. proposto. o mediante la 45. medesima del primo, ouero mediante la 11. del 6. trouando alla data d. & lato del quad. proposto, la terza cõtinaua proportionale, che così essa terza farà la linea 1. cercata, poiche il rettangolo contenuto da essa linea 1. & dalla data retta, farà (per la 17. del 6.) eguale al quad. proposto, o superficie proposta a che il quad. si fusse fatto eguale. Ouero quando la superficie proposta fusse rettangola, o ridotta a rettangolo, per trouare il valore della 1. o linea 1. cercata; si potrà. (mediante la 12. del 6.) considerare la data retta d. come prima linea, & le due rette, che contengono il rettangolo proposto, come seconda, & terza (ne importa quale di dette due si pigli per seconda, o terza) ad esse tre trouare la quarta proportionale, che questa quarta farà la linea 1. poiche il dutto, o rettangolo d'essa nella prima, che è la data, farà eguale al dutto della seconda nella terza, cioè al rettangolo proposto come si ricerca.

Et venendo alli tre Capitoli composti, de' quali il primo è d' 1. & 1. & eguali a numero. Sappiasi che il 1. si considera essere il quad. della 1. o linea 1. Le 1. si considerano essere vn rettangolo, che per lunghezza habbi la linea 1. & per larghezza la linea rappresentante il numero delle 1. cioè le 1. si considerano essere vn rettangolo contenuto dalla linea 1. & dalla linea retta data, che rappresenta il numero d'esse 1. Il numero poi della Equatione, si considera essere vna superficie nota, o vogliamo dire vn rettangolo proposto, quale a nostro beneplacito potiamo ridurre a paralellogrammo rettangolo, o a quad. secondo che facci a nostro proposito. Hora se supponeremo poniamo d'hauere 1. & 12. & eguali a 64. Sappiamo che per trouare il valore della 1. si piglia la metà del 12. num. delle 1. & al suo quad. che è 36. si giunge il num. della Equatione, cioè

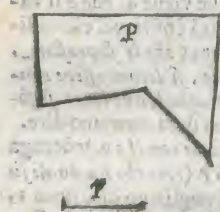
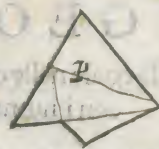
Alg. lin.

A

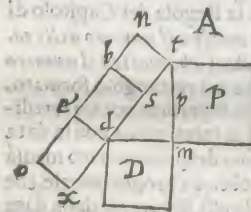
64. &



64. & della somma 100. si piglia la  $P$  che è 10. & di questo 10. si caua il 6. mità del num. delle  $r$ . che resta 4. & questo 4. è il valore della  $r$ ; Onde ancora nel medesimo modo potremo ridurre in linea per trouare il valore della  $co$ . cioè douèdo trouare vna retta  $co$ . il quad. della quale (che è l'1. co.) giunto al rettangolo d'essa. & d'vna data retta  $d$  —  $a$  (che è il 12. num. delle  $co$ .) facci somma (che è il 64. num. & sopra ad essa mi rettangolo pposito, lato del quad. che posto, o vogliamo della mità della  $a$ . (che si può fare la  $d$ . m. mita della

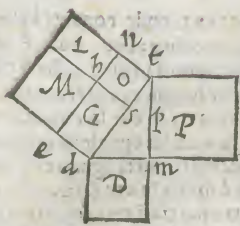


$P$ . rettilineo proposto.  
 $p$ . linea potente in esso rettilineo.  
 $d$ . a. linea data.  
 $d$ . m. mita della data.



tato dell'Algebra, o Regola della Cosa (o vogliamo dire Regola della quantità ignota, o incognita, della re flauratione) per trouare la Regola a questo Capitolo, o Equatione, nondimeno le ne darà ancora la dimostrazione Geometrica. Perilche considerato la  $d$ . t. compotta dalla  $s$ . t. & dalla  $s$ . d. mita della  $d$ . a. data; se li giungeremo in lungo verso  $d$ . la  $x$ . eguale ad essa  $d$ . s. all'ora la  $s$ . x. sarà eguale alla  $d$ . a. data. & se eretta la  $t$ . n. perpendicolare, & eguale alla  $s$ . t. tiraremo poi la  $n$ . o. eguale, & equidistante alla  $t$ . x. & le due  $s$ . b. &  $d$ . e. equidistanti alla  $t$ . n. all'ora la superficie  $s$ . n. sarà il quadrato di  $s$ . t. (cioè sarà l'1. co.) & la  $s$ . o. sarà il rettangolo contenuto dalla medesima  $s$ . t. & (perche la  $s$ . b. è eguale alla  $s$ . t.) & dalla data  $d$ . a. (perche  $s$ . x. è eguale alla data  $d$ . a.) del qual rettangolo  $s$ . o. ciascuno delli dui  $d$ . b. &  $d$ . o. farà la sua mita (perche ciascuna delle due rette  $s$ . d. &  $d$ . x. è la mita della  $s$ . x.) Et il composto di questi, cioè il total rettangolo  $t$ . o. deue essere eguale al quad.  $P$ . (cioè al rettilineo proposto  $P$ . al quale il quadrato  $P$ . si è fatto eguale;) Onde se considereremo così al rettangolo  $t$ . o. come al quadrato  $P$ . giunto il quadrato  $D$ . ne seguirà che la somma de' dui quadrati  $P$ . &  $D$ . & però che il solo quadrato di  $d$ . t. (ad essi due eguali per la 47. del primo) deua essere eguale alla somma del rettilineo  $t$ . o. & quadrato  $D$ . in cambio del qual quadrato  $D$ . potremo ponere il quadrato di  $d$ . s. perche  $d$ . s. è fatta eguale a  $d$ . m. lato del quadrato  $D$ . Cioè il quadrato di  $d$ . t. deue essere eguale al quadrato di  $d$ . s. & al rettangolo  $t$ . o. ma tanto è dire il rettangolo  $t$ . o. quanto le sue tre parti in che egli si diuide, che sono il quadrato di  $s$ . t. il rettangolo  $d$ . b. contenuto da  $s$ . t. &  $s$ . d. & il rettangolo  $d$ . o. eguale al  $d$ . b. che perciò si può dire essere vn'altro rettangolo di  $s$ . t. in  $s$ . d. Onde della  $d$ . t. diuisa in due parti in  $s$ . vediamo che bisognaria, che il quadrato di essa  $d$ . t. fusse eguale al quadrato di  $d$ . s. che è vna sua parte; al quadrato di  $s$ . t. che è l'altra parte & a dui rettangoli contenuti dall'vna parte  $s$ . t. nell'altra  $s$ . d. ma a punto questo è vero che quando vna linea è diuisa in due parti come si vogli, il quadrato d'essa linea (per la quarta del secondo) è sempre eguale alli dui quadrati delle due parti, & a dui rettangoli ciascuno de' quali sia contenuto dall'vna parte, & dall'altra; perilche dunque è vero tutto quello che a questa verità ci ha condotto. Cioè che  $s$ . t. trouata sia linea tale, che il quadrato d'essa insieme con il rettangolo d'essa, & della data  $d$ . a. sia eguale al rettilineo  $P$  proposto. Ma breuemente potremo fare la dimostrazione dicendo. Al quadrato di  $d$ . t. (e sia il  $d$ . a.) è eguale la somma de' dui quadrati  $D$ . &  $P$ . (per la 47. del primo) & al medesimo quadrato di  $d$ . t. è anco eguale la somma delli dui quadrati  $O$ . &  $M$ . & dui rettangoli  $L$ . &  $G$ . contenuti ciascuno d'essi dalle parti  $s$ . t. &  $s$ . d. però questa seconda somma sarà



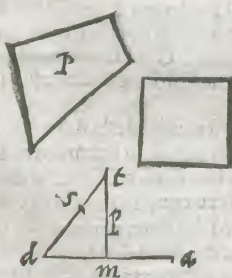


3.  
sarà eguale alla prima; onde dalla prima leuato il quadrato D. & dalla seconda il quadrato M. quali sono eguali fra loro (per essere la retta d. s. lato del quadrato M. fatta eguale alla retta d. m. lato del quadrato D.) al quadrato P. che resta dalla prima sarà eguale il quadrato O, & rettangoli L. & G. (che sono il dutto di s. t. in s. d. due volte) quali restano dalla seconda. Ma il quadrato P. è eguale al rettilineo P. proposto. Et dall'altra parte il quadrato O. è il quadrato della retta s. t. trouata, & il rettangolo di s. t. in s. d. due volte è il rettangolo della s. t. trouata, & d. a. data, però è manifesto essa s. t. hauere le condizioni

domandate, ò vogliamo dire essere la retta che si cercaua.

Et perche ancora in questo Capitolo d' i. z. & cose eguali a num. si potria dire (che resultaria l'istesso) che il trouare il valore della x, sia il trouare vna linea retta, quale giuta ad vna retta data, il rettangolo contenuto da tutta la linea così composta, & dalla da trouarsi, sia eguale ad vn rettilineo P. proposto; per far poi la dimostrazione Geometrica della Règola da trouare, essa linea x, noi seruenoci della medesima operatione fatta potressimo dire. Pigliasi la s. x. in vece della data d. a. & si consideri diuisa in due parti eguali in d. & a quella aggiunta in lungo la s. t. trouata, & sapremo (per la 47. del secondo) che il rettangolo contenuto da tutta la linea t. x. così composta, & dalla aggiunta s. t. (cioè il rettangolo t. o.) insieme con il quadrato della metà di s. x. cioè con il quadrato di d. s. & però in sua vece con il quadrato D. eguale al quad. di d. s. (per essere d. s. fatta eguale alla d. m.) saranno eguali al quadrato della retta t. d. composta dalla metà di s. x. & dalla aggiunta s. t. Ma al medesimo quadrato di t. d. è eguale la somma de' due quadrati D. & P. (per la 47. del primo) però il rettangolo di t. x. & t. s. con il quad. D. sono eguali alla somma detta de' due quadrati D. & P. onde leuato comunemente il comune quadrato D. il restante rettangolo di t. x. & t. s. sarà eguale al restante quadrato P. Ma il rettangolo di t. x. & t. s. è composto dal quadrato di s. t. trouata, & dal rettangolo d' essa t. s. in s. x. & però in d. a. data. Et il quadrato P. è fatto eguale al rettilineo P. proposto, però la t. s. trouata è tale, che il suo quadrato insieme con il rettangolo d' essa nella data d. a. sono eguali al rettilineo P. proposto come conuenie.

Et seguendo al secondo Capitolo, ò Equatione d' i. z. eguale a cose. & numero. Supponendo d'hauere poniamo i. z. eguale a 6. i. s. s. appiamo che per trouare il valore della co. si piglia la metà di 6. num. delle co. qual metà è 3. & al suo quad. cioè a 9. si giuge il 16. num. della Equatione, & fa 25. del qual 25. si piglia la B. che è 5. & ad esso 5. si giunge il 3. metà di 6. numero delle co. & fa 8. & questo 8. è il valore della co. Onde nel medesimo modo ancora potremo operare in linea, per trouare il valore della cosa. Cioè douendo trouare vna linea retta co. il quadrato della quale (che è l' i. ce.) sia eguale al rettangolo contenuto da essa retta, & da vna data d. a. (che sono le 6. cose, perche hora la d. a. verrà ad essere 6.) giontoli vn rettilineo P. proposto (che sarà il 16. numero della Equatione accompagnato alle 6. cose.) Noi potremo pigliare la metà della data d. a. & sia d. m. & sopra ad essa metà d. m. formare vn quadrato, & ad esso quadrato giungere il rettilineo P. proposto, & della somma pigliare la B. quadra; cioè trouaremo il lato del quadrato, che sia eguale al quad. della metà di d. a. & al rettilineo P. proposto, ò vogliamo dire trouaremo la retta potente nella somma del quad. della metà della data d. a. & del rettilineo P. proposto (il che si



P. rettilineo proposto.

d. a. retta data.

d. m. metà della data.

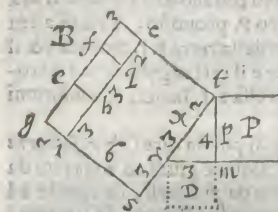
il quad. è eguale al rettilineo P.

può fare mediante la 47. del primo, congiungendo ad angolo retto la d. m. metà della data d. a. & il lato del quadrato eguale al rettilineo P. proposto, & a detto angolo retto tirare la subtensa d. t. che ella sarà il lato del quadrato eguale alla somma de' quadrati delle due rette d. m. & m. t. che formano l'angolo retto) & ad essa retta, & sia la d. t. potente in detta somma giungere la metà della data d. a. & sia d. s. che il composto t. s. sarà il valore della co. cioè farà quella linea, che nella positione si chiama la co. ò linea co. il quadrato della quale sarà eguale al rettangolo contenuto da essa s. t. & dalla data d. a. giontoli il rettilineo proposto P. Il che tutto se bene è noto esser vero dal discorso fatto nel' inuestigare la regola ad esso Capitolo d' i. z. eguale a cose, & numero; Noi ancora in questo luogo ne inuestigaremo la semplice dimostrazione Geometrica.

Considerando che fatto il quadrato s. u. su la trouata retta s. t. & presa la t. c. & la s. i. eguali alla data d. a. & tirata la c. i.



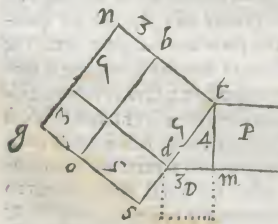
4  
 la c i, il rettangolo s c, sarà il contenuto della data d a, & dalla trouata s t, onde conuerà che il restante rettangolo i n, sia eguale al rettilineo P. proposto, ò vogliamo dire al quadrato P. acciò la trouata s t, sia quale si ricerca; Conuien dunque che ci ingegniamo di provare, che il rettilineo i n, sia eguale al quadrato P & perche esso rettilineo i n, ha per lunghezza la trouata s t, cioè la i c, à lei eguale, & per larghezza la c n, che è eguale alla segnata t x, in che la trouata s t, supera la d a data, ò vogliamo dire la s x, à lei eguale; se consideraremo diuisa la g n, & ancora la i c, in tre parti eguali alle tre s d, d x, & x t, nelle quali, & come è diuisa la s t, & tiraremo le rette q f, & h e, vedremo che delli tre partiali rettangoli il c f, è il quadrato di t x, & ciascuno delli altri due è il duto di t x, in x d, onde considerando la t d, diuisa in due parti in x, tutto il rettangolo c g, conterrà il quadrato dell'vna parte t x, & il rettangolo dell'vna parte t x, nell'altra x d, due volte; Et sapendo noi (per la quarta del secondo) che se a questi si aggiunge il quadrato dell'altra parte x d; all'ora la somma totale sarà eguale



al quadrato della total linea t d; Et anco sapendo (per la penultima del primo) che al medesimo quadrato di t d; è eguale la somma delli dui quadrati D, & P. conosciamo che la somma prima detta viene ad essere eguale alla seconda; Onde perche il quadrato di x d, che entra nella prima somma è eguale al quadrato D, che entra nella seconda, ci accorgiamo, che da dette somme leuando detti quadrati (cioe della prima il quadrato di x d, & dalla seconda il quadrato D, all'ora il restante della prima, che è il rettangolo c g, (ò vogliamo dire i n,) verrà ad essere eguale al restante della seconda, che è il quadrato P. Ouero mediante la sesta del secondo si potrà considerare, che essendo la data s x, diuisa per mezzo in d, & a quella giunto in lungo la x t, ne segue, che il rettangolo contenuto da tutta la t s, così composta, & dalla t x aggiunta, cioè il rettangolo c g, insieme con il quadrato della metà della data, & però insieme con il quadrato D, che ha per lato la d m, fatta eguale alla metà della data, sono eguali al quadrato di t d, composta dalla metà della data, & dalla x t aggiunta, ma al medesimo quadrato di t d (per la 47. del primo) è ancora eguale la somma de i dui quadrati D, & P. però remesso da ciascuna banda il comune quadrato D. resterà il rettangolo c g, eguale al quadrato P.) Et perche il rettangolo t i, è il duto della trouata t s, nella data s x, & il quadrato P. è quanto il rettilineo proposto P. noi vediamo d'hauere l'intento, perche al rettangolo c g, giunto il t i, che è contenuto dalla data a d, & dalla trouata t s, se ne forma il quad. totale t g, che è il quad della trouata.

Breuemete ancora per farne la dimostrazione al modo Geometrico; Considerato la t s trouata, diuisa nelle due parti s d, metà della data a d, & d t restante, seruendoci della settima del secondo potremo dire. Il quad. della totale t s, insieme cò il quad. dell'prima parte s d, & però cò il quad D. sono eguali al rettangolo di tutta la t s, nella istessa prima parte, ò metà di d a, data due volte (che è quanto a dire una volta sola il rettangolo della t s trouata, & della totale d a data) giunti il quad. dell'altra parte d t, qual quadrato di d t è quanto a dire li dui quadrati D. & P. Cioe la somma de i quadrati di s t, & D. è eguale alla somma del rettangolo di s t, in s x. cioè in d a data, & de i quadrati D & P. per il che leuato comunemente il comune quadrato D. resterà il solo quadrato di t s trouata, eguale al rettangolo di t s, in d a; insieme con il quadrato P. ò vogliamo dire con il rettilineo proposto P.

Et così potrà l'accorto Studente da se ancora, & in questo istesso Problema, & ne gl'altri che egli si proporrà, andare inuestigando, & diuersi modi di essequirli, & diuersi modi di dimostrarli secondo che la qualità d'essi ricercarà. Che considerando alquanto in questo, vedrà che nella dimostrazione d'esso seruendoci della quarta del secondo potrà dire.



Considerata la t s, diuisa in t d, & d s, metà della data d a, ne segue che il quadrato di tutta la t s, sia eguale al quadrato di t d, al quadrato di d s, & al duto di d s, in d t due volte, ma il duto di d s, in d t, con il quadrato di d s, sono eguali al duto di t s, in d s (per la terza del secondo) & però dui dutti di d s, in d t, con dui quadrati di d s, faranno eguali a dui dutti di d s, in t s, & però al solo duto del doppio di d s, cioè della data d a, nella trouata t s; Se dunque al quadrato di t s, & anco alle sue parti dette (che sono il quadrato di t d, il quadrato di d s, & duto di d s, in d t, due volte) giungeremo il quadrato D, che è eguale al quadrato di d s, all'ora il quadrato di t s, & il quadrato D. faranno eguali al duto della data d a, nella trouata t s, insieme con il quadrato di t d, ma in vece del quadrato di t d, pigliando. li dui qua-



Habbiasi 1.4 piu 20. Egual a 10.2  
 1.2 piu rad. 20.  
 1.4 piu rad. 80. ce. piu 20.  
 1.4 piu rad. 80. ce. piu 20. Egual a (10. piu rad. 80.) ce.  
 Cioe 1. cc. piu rad. 20. liguale a rad. L. 10. piu rad. 80. 7 co.

10. piu rad. 80.  
 1.2 piu rad. 5.  
 cauli. rad. 20.  
 resta. 2.1. meno rad. 5.

A. 1. B. 1.  
 la sua rad. e rad. L. 2.1. men. rad. 5. 7 da

giungere, & cauare alla unita del numero delle 4  
 rad. L. 2.1. piu rad. 5. 7 piu rad. L. 2.1. men. rad. 5. 7 valera la 4.  
 Et anco valera rad. L. 2.1. piu rad. 5. 7. men. rad. L. 2.1. m. rad. 5. 7.

Ma trouiamo il valore della cosa, mediante l'altra Trasmutatione imparata da principio do  
 ue l'1.4. douera 1. cc. il 20. numero non varia; & li 10. cc. douentano 10. 4.

1.4 piu 20. Egual a 10. cc.  
 1. cc. piu 20. Egual a 10. 4.

5. moltiplicato in se stesso fa 25. cauatore 20. numero della  
 Equatione resta 5. la sua Bx e Bx 5. che giunta, & cauata 1/2 mita del numero delle 4, ne resulta 5.  
 piu rad. 5. & 5. m. Bx 5. ciascuna delle quali due quantita resultanti e valore della 4, qui doue 1. cc.  
 p 20. e Egual a 10. 4. Ma ciascuno d'essi dui resultanti e valore del cc. nella Equatione di 1.4 p  
 20. Egual a 10. cc. perche il valore della 4 nella Equatione d'1.4 p 20. Egual a 10. cc. fara la  
 Bx di ciascuno d'essi resultanti, cioe fara Bx L. 5. p Bx 5. 7. Ouero anco Bx L. 5. m. Bx 5. 7.  
 Di qui si puo accorgere lo studente, che Bx L. 5. p Bx 5. 7. Et Bx L. 5. m. Bx 5. 7. valore della 4. tro  
 uate hora, sono quanto Bx L. 2.1. p Bx 5. 7 p Bx L. 2.1. m. Bx 5. 7. Et Bx L. 2.1. p Bx 5. 7 m. Bx L. 2.1. m. Bx  
 5. 7 valore della stessa 4, trouate con la prima superiore Trasmutatione. Onde se qui, pigliare  
 mo la radice del binomio 5. piu Bx 5. ella douera essere il binomio di Bx L. 7. superiore, cioe fara  
 Bx L. 2.1. p Bx 5. 7 p Bx L. 2.1. m. Bx 5. 7. Et l'istesso si dice del residuo qui, cioe se pigliaremo la Bx di  
 5. m. Bx 5. ella fara, Bx L. 2.1. p Bx 5. 7 m. Bx L. 2.1. m. Bx 5. 7. Ouero se moltiplicheremo in se stesso il  
 binomio di sopra di Bx L. 7, se ne produrra il binomio qui, 5 p Bx 5. Et similmente se moltiplica  
 remo in se stesso il residuo di sopra di Bx L. 7, se ne produrra il residuo qui 5. m. rad. 5. o vogliamo  
 dire, se vedremo che cosa significhi rad. L. 2.1. p rad. 5. 7 p rad. L. 2.1. m. rad. 5. 7, giungendo insie  
 me essi dui binomio cioe, & residuo di rad. L. 7, vedremo che la somma e rad. L. 5. p rad. 5. 7, cioe  
 che essa quantita si riduce a questo semplice binomio rad. L. 5. p rad. 5. 7. Et similmente l'altra  
 quantita rad. L. 2.1. p rad. 5. 7 m. rad. L. 2.1. m. rad. 5. 7, si ridurra a rad. L. 5. m. rad. 5. 7, come si  
 vede dalle operationi del margine, fatte per beneficio dello studente, accio pigli pratica in esse,  
 nelle quali conuiene essere pronto, & esperto.

Pigli la rad. quadra di questo binomio. 5. piu rad. 5. Da 25. quadrato di 5. si caua 5. quad.  
 di rad. 5. & resta 20. la rad. del quale e rad. 20. & la sua mita e rad. 5. che giunta, & cauata a 2.1.  
 mita di 5. nome, e parte maggiore del binomio, ne resultano 2.1. p rad. 5. & 2.1. men. rad. 5. di cia  
 feuno de i quali dui resultanti si piglia la rad. quadra, & esse due rad. si giungono insieme, che il  
 composto, quale e questo binomio di rad. L. 7, cioe rad. L. 2.1. p rad. 5. 7 p rad. L. 2.1. m. rad. 5. 7  
 fara la rad. del binomio proposto 5. p rad. 5. onde del suo residuo 5. m. rad. 5. la rad. fara questo re  
 siduo, cioe rad. L. 2.1. p rad. 5. 7 m. rad. L. 2.1. m. rad. 5. 7.

Quadrati, cioe moltiplichisi in se medesimo questo binomio di rad. L. 7, cioe rad. L. 2.1. p rad.  
 5. 7 piu rad. L. 2.1. m. rad. 5. 7.

rad. L. 2.1. p rad. 5. 7  
 Via rad. L. 2.1. men. rad. 5. 7

6.4 men. 5. cioe 1.4  
 fa rad. L. 1.4. 7 cioe rad. 1.4. il suo doppio e rad. 5. Pero i due retrangoli delle parti del binomio  
 rotale, sono rad. 5.

Il quad. della parte maggiore e 2.1. piu rad. 5.  
 Il quad. della parte minore e 2.1. men. rad. 5.

la som



la somma de i due quadrati è 5. che con li due rettangoli rad. 5. fa 5. piu rad. 5. il che è il quad. del binomio proposto di rad. L. 7. Onde presa la rad. di questo suo quad. cioè di 5. p. rad. 5. che si dirà essere rad. L. 5. piu rad. 5. 7. vediamo che tanto è questo rad. L. 5. piu rad. 5. 7. quanto è il binomio dato (delle due rad. L. 7) da quadrare.

Et perciò quadrando il residuo delle due rad. L. 7 produrrà questo residuo 5. meno rad. 5. Et però sarà quanto a dire rad. L. 5. meno rad. 5. 7.

Veggasi quanto significa questa quantità rad. L.  $2\frac{1}{2}$ . piu rad. 5. 7 piu rad. L.  $2\frac{1}{2}$ . meno rad. 5. 7. Cioe giungasi insieme essi dui, binomio, & residuo. Il che si potrà fare vedendo quante volte l'vno, cioè poniamo il residuo, entri nell'altro, cioè nel binomio.

per rad. L.  $2\frac{1}{2}$ . meno rad. 5. 7. partasi rad. L.  $2\frac{1}{2}$ . piu rad. 5. 7

via rad. L.  $2\frac{1}{2}$ . piu rad. 5. 7 via rad. L.  $2\frac{1}{2}$ . piu rad. 5. 7

fa rad. L.  $1\frac{1}{4}$ . 7 partitor semplice. fa  $2\frac{1}{2}$ . piu rad. 5.

entra volte. rad. 5. piu 2.

& in se stessa entra volte. 1.

però aella somma loro entrerà volte 3. piu rad. 5. Onde moltiplicheremo esso residuo partitore L.  $2\frac{1}{2}$ . meno rad. 5. 7 via questo 3. piu rad. 5. cioè via rad. L. 14. piu rad. 180. 7

rad. L. 14. piu rad. 180. 7

prodotto rad. L. 35. meno 30. meno rad. 5. volte 14. piu rad. 180. (che è rad. 5. volte 6.) volte  $2\frac{1}{2}$ . cioè piu rad. 5. volte 15. 7

Cioe rad. L. 5. piu rad. 5. 7

Però vediamo la somma d'essi dui, binomio, & residuo, essere rad. L. 5. piu rad. 5. 7. & però diremo, che la proposta quantità significa rad. L. 5. piu rad. 5. 7

**H** Abbiati 1. 4 p. 20. Eguale a 12. ce.

1. ce. piu rad. 20.

1. 4 piu rad. 89. ce. piu 20.

1. 4 piu rad. 89. ce. piu 20. Eguale a (12. piu rad. 80.) ce.

Cioe 1. ce. piu rad. 20. Eguale a rad. L. 12. piu rad. 80. 7 ce. Cioe a (rad. 10. piu rad. 2. 7) 7.

composto superiore, ch'è dalla banda delli ce.

12. piu rad. 80. 7

la sua rad. è rad. 10. piu rad. 2.

n r

la sua mità è rad.  $2\frac{1}{2}$ . piu rad.  $\frac{1}{2}$ .

D

& cauato a 3. ne risulta 5. & 1. le loro mità sono  $2\frac{1}{2}$ . &  $\frac{1}{2}$ . le rad. de i quali sono rad.  $2\frac{1}{2}$ . & rad.  $\frac{1}{2}$ . però la radice del residuo 3. meno radice 5. è radice  $2\frac{1}{2}$ . meno radice  $\frac{1}{2}$ . da giungere, & ca-

uare a rad.  $2\frac{1}{2}$ . piu rad.  $\frac{1}{2}$ . (mità del numero delle 7.) & ne risulta rad. 10. & rad. 2. Ciascun de quali è il valore della 7 in ciascuna delle due Equationi.

Ma se l'1. 4 piu 20. Eguale a 12. ce. Trasmutaremo in 1. ce. piu 20. Eguale a 12. 7. Da 16. quad. di 6. mità del numero delle 7. cauato il numero 20. che resta 16. del che la rad. è 4. & giunta, & cauata al 6. ne risulta 10. & 2. ciascuno d'essi 10. & 2. farà qui il valore della 7, ma il valore del ce. nell'Equatione non trasmutata, però in essa d'1. 4 piu 20. Eguale a 12. ce. la 7 valerà le rad. di 10. & di 2. cioè valerà rad. 10. & ancora rad. 2.

Et così si vede questa sorte di Trasmutazione essere molto comoda, & espediente rispetto all'altra.

Sappiasi di più, che si può anco fare la Trasmutazione di questa Equatione d'1. 4. & numero Eguale a ce. riducendola a semplice Equatione di 7. Eguale a numero con la consideratione, o cō modo simile al mostrato nel ridurre il Capitolo, o Equatione d'1. ce. & numero Eguale a 7, a semplice Equatione di 7. Eguale a numero, il che per essempio allo Studente si è fatto in margine, ma solo in figura.

Si ha 1. 4 piu 20. Eguale a 12. ce. Et si vuol ridurre ad Equatione semplice di cose. Egualle a numero.

1. 4 meno 12. cenfi, piu 20. Eguale a 0.

si piglia 1. cenfo meno 6. il suo quad. è

1. 4 meno 12. ce. piu 36. Et sarà Eguale a 16.

1. 4 meno



1.4. meno 12. ce. piu 36. Et sarà Eguale a 16.

Cioè 1. ce. meno 6. Eguale alla rad. di 16. ch'è 4.

Cioè 1. ce. l'eguale a 10.

Cioè 1.4. Eguale a rad. 10.

Però la + vale rad. 10.

Ouero supponendo, che la Bx d'1.4. men. 12. z p 20. sia 6. men. 1. z poiche vagli il z, più è manco di 6 determinatamente. li 12. z possono essere quanto l'1.4. p 20. cioè non vi occorre necessitá che importi stabilire, che il z vagli più di 6. ne meno che vagli manco di 6.

Ma noi potremo anco senza fare altra consideratione dire; Ouero pigli 6. meno 1. z. Il suo quadrato è

36. meno 12. z piu 1.4. Et sarà Eguale a 16.

Cioè 6. meno 1. z. Eguale alla Bx di 16. ch'è 4.

Cioè 2. Eguale ad 1. z.

Cioè Bx 2. Eguale a 1.4.

Però la + vale Bx 2.

Ma noti lo Studente vna mirabile proprietá, & breuità insieme della detta altra sorte di Trasmutatione. Essaminando la operatione in essa Tra(mutatione d'1.4. p 20. Eguale a 12. z in 1.4. p Bx 80. z p 20. Eguale a (12. p Bx 80.) z, che hora la Bx d'vna parte, cioè 1. z p Bx 20. sarà Eguale alla Bx dell'altra parte, cioè a Bx 12. piu Bx 80. 1. z, ch'è (Bx 10. p rad. 2.) +, per trouar mó il valore della +. Vediamo che di questo rad. 10. p rad. 2. (numero delle +) si piglia la mitá, ch'è rad. 5. p rad. 1. & si troua il suo quad ch'è 3. p rad. 5. cioè è sempre l'1. di 12. piu rad. 80. quad. dell'intero rad. 10. piu rad. 2. (numero delle +) dal qual quad. 3. piu rad. 5. si caua rad. 20. (numero accompagnato all'1. z nell'Equatione) qual rad. 20. è sempre la mitá della rad. 80. parte minore del binomio 12. piu rad. 80. & perche il rad. 5. (del 3. piu rad. 5.) è sempre l'1. della rad. 80. Cauando 1. da 1. resta in vn'altro 1. cioè resta medesimamente rad. 5. ma è in. Onde dal binomio 3. piu rad. 5. cauandone il rad. 20. il restante è sempre il suo proprio residuo, cioè 3. in rad. 5. ch'è il residuo dell'1. quarta parte del 12. piu rad. 80. Di questo 3. in rad. 5. si piglia la rad. ch'è rad. 2. in rad. 1. Et però viene ad essere il residuo della rad. del 3. piu rad. 5. quarta parte del 12. piu rad. 80. Et perche questo binomio 3. piu rad. 5. è la quarta parte del totale 12. piu rad. 80. la sua rad. cioè rad. 2. 1. piu 3. 1. sarà la mitá di rad. 10. piu rad. 2. ch'è rad. del total binomio 12. piu rad. 80. (perche il denominatore della proportione de i lati, ò rad. di due quadrati, è sempre la rad. del denominatore della proportione d'essi medesimi dui quadrati) cioè la prima maggior parte rad. 2. 1. è la mitá della prima maggior parte rad. 10. & la seconda ò minor parte rad. 1. è la mitá della seconda, ò minor parte rad. 1. Per seguir poi la Operatione, questa rad. trouata, cioè il rad. 2. 1. men. rad. 1. si giunge. & oua a rad. 2. 1. piu rad. 1. mitá di rad. 10. piu rad. 2. numero delle + & ciascuno de i due risultanti sarà il valore della +. Ma habbiamo visto, che il rad. 2. 1. in rad. 1. rad. trouata detta, è sempre il residuo del rad. 2. 1. piu rad. 1. binomio, al quale s'há giungere, & cauare; Et a giungere vn binomio col suo residuo, perche le due parti minori piu, & in, s'annullano, la s'ouiene ad essere il doppio della parte maggiore, cioè hora il doppio di Bx 2. 1. & però eguale al Bx 10. parte maggiore del binomio rad. 10. p Bx 2. Et a cauare vn residuo dal suo binomio, pche le due parti maggiori s'annullano, cauandosi l'vna dall'altra, & le minori si giungono insieme (essendo in qlla che s'há da cauare & p qlla da che s'há da cauare) il restate vien sepre ad essere il doppio d'essa parte minore, cioè hora il doppio di rad. 1. & però eguale al Bx 2. parte minore del binomio rad. 10. piu rad. 2. Ma questi dui risultanti così trouati, sono sempre le due valute diuerse della + nella & Equatione però si conosce, che quando nell'Equatione d'1.4. & numero eguale a z, l'haueremo trasmutata in 1.4. piu rad. del numero primiero. Eguale a +. Che del Binomio contenente il numero d'esse +; l'vna parte sarà vn valore della +, & l'altra parte sarà vn'altro valore della +. Et perche il numero, ò binomio detto continere il numero delle +, è sempre la rad. d'un numero de' ce. ch'è pur binomio, contenuto per parte maggiore dal numero de' ce. nella Equatione principale; Et dal doppio della rad. del numero d'essa principale Equatione per parte minore; si vede che potiamo dire per regola d'essa Equatione. Quando 1.4. & num. sono Eguali a z. Al num. de' z si giuga il doppio della rad. del num. della Equatione, & del binomio formato da essa somma, si pigli la rad. formandone vn'altro binomio, che d'esso binomio ultimo rad. del primo; ciascuna sua parte sarà vna valuta della cosa.

Non si stracchi lo Studente, ne tralassi queste speculationi, ma à qualche tempo comodo a poco a poco con intelletto riposato le vegga attentamente sino che le intenda bene; sapendo che l'ornamento delle cose consiste nella sottilità loro; Et che tanto piu eccellenti douentano gl'Artifici nelle Operationi, quanto maggior profitto haueranno fatto nelle Anatomiche.

LM

Essem-



Essempio doue s'adopra la sopradetra Regola.

Si hà 1.  $\sqrt{x}$  piu rad. 16. Eguale a 12. ce.

12. piu 8. da pigliare la radice.

144. 64.

diffenza. 80. la sua rad.  $\sqrt{80}$  è 80. la mità è rad. 20. che si giunge, & caua a 6. mità di 12. parte maggior del binomio, & ne resultano 6. piu  $\sqrt{20}$ , & 6. in rad. 20. di ciascuno di ciascuno de quali si piglia la rad. & hauiemo rad.  $\sqrt{4}$  piu 1. & rad.  $\sqrt{5}$  meno 1. che giunti insieme formano rad.  $\sqrt{5}$  piu 1. piu rad.  $\sqrt{5}$  in 1. per il binomio; ch'è rad. del 12. piu 8. Per il che diremo, che ciascuna delle due parti d'esso binomio d'io  $\sqrt{x}$  piu 16. È rad.  $\sqrt{5}$  piu 1. Et rad.  $\sqrt{5}$  in 1. Sia il valore della  $x$ , nella Equatione data d'1.  $\sqrt{x}$  piu 16. Eguale a 12. z.

Et operando in altro modo in essa Equatione come si vede qui sotto, trouaremo le istesse valure della cosa.

1.  $\sqrt{x}$  piu 16. Eguale a 12. z.

1. z piu 4.

1.  $\sqrt{x}$  piu 8. z piu 16. Eguale a 20. z.

1. z piu 4. Egualita la rad. 20. z.

la mità di rad. 5. il suo quad.  $\sqrt{5}$  dal quale si caua il 4. numero della Equatione, & resta 1. la rad. del quale è 1. che si giunge, & caua a rad. 5. numero delle  $x$ , & ne resultano rad.  $\sqrt{5}$  piu 1. & rad.  $\sqrt{5}$  in 1. ciascuno de quali resultanti è valura della  $x$ .

Hor si supponendo di non hauer nota questa proprietà detta, tornando al principio della consideratione fatta a carte 2. intorno alla Trasmutatione del Capitolo, o Equatione d'1.  $\sqrt{x}$  piu 60. Eguale a 16. z, & 1. z piu rad. 60. Eguale a (rad. 10. piu rad. 6. )  $\sqrt{x}$ , vedremo come da essa consideratione si possa estrarre la Regola a detta Equatione d'1.  $\sqrt{x}$  & numero Eguale a 20. z.

Perche nel ridurre l'Equatione d'1.  $\sqrt{x}$  piu 60. Eguale a 16. z. Alla Equatione d'1. z piu rad. 60. Eguale a rad. 16. z. piu rad. 240.  $\sqrt{x}$ . All'1. z, ch'è sempre la rad. dell'1.  $\sqrt{x}$ , è giunto rad. 60. ch'è sempre la rad. del numero accompagnato all'1.  $\sqrt{x}$ . Et al 16. numero de z dall'altra banda, & douente numero di  $x$ , è sempre giunto tanto numero di co. di più, quanto è il doppio del numero, che si giunge all'1. z, (perche rad. 240. è sempre il doppio di rad. 60.) o vogliamo dire quanto è il doppio della rad. del numero, che con l'1.  $\sqrt{x}$  si può dire.

Quando 1.  $\sqrt{x}$ , & numero, è Eguale a z. Piglisi la rad. del numero accompagnato all'1.  $\sqrt{x}$ , & si accompagna ad 1. z, formandosi da vna banda 1. z, & numero; Et il doppio di questo istesso numero (ch'è rad. del numero accompagnato all'1.  $\sqrt{x}$ ) & faranno z, si giunge al numero de z, & la somma farà pur z, della quale si piglia la rad. (cioè così del numero come della dignità, perche è rad. vniuersale, o legata d'ogni cosa) & essa rad. farà l'altra banda; o vogliamo dire. Et il doppio di questo istesso numero, ch'è rad. del numero accompagnato all'1.  $\sqrt{x}$ , si giunga al numero dell'1. z, & della quantità numerale della somma, si piglia la rad. che ella farà co. dall'altra banda da aggiugliarsi all'1. z, & numero detto con la sua Regola, & trouatone il valore della co. egli farà il valore della co. nella principale Equatione d'1.  $\sqrt{x}$  & num. Eguale a z, che si è trasmutato nella adoprata d'1. z, & numero Eguale a cose.

Et se senza far mentione di l'rasmutatione, ma sotto intendendola noi nella operatione, & abbreviandola conuenientemete come dal procedere d'essa operatione si scorge poterli fare, vorremo dare la Regola a detta Equatione d'1.  $\sqrt{x}$ , & numero Eguale a z, potremo dire.

Quando 1.  $\sqrt{x}$ , & numero, sono Eguali a z. Dalla quarta parte del numero de co. (che nell'esempio dell'operatione è il numero segnato A) si caui la B della quarta parte del numero della Equatione (ch'è la rad. 15. segnata B) & la rad. del restante, qual rad. per comodità si chiama C, si giunga, & caui alla (D) mita della rad. del composto, che nasce a sommare il numero de co. con la rad. del quadruplo del numero della Equatione, che ciascuno de dui resultanti sarà il valore della cosa.

Ma perche di più dall'operare vediamo, che il C, è sempre realmente, o virtualmente vn residuo, & il D, è sempre realmente, o virtualmente il binomio d'esso residuo, si può dire. Et occorrendo, che la radice del restante chiamata C, sia quantità irrationale, cioè residuo, esso residuo si giunga, & anco si caui al suo binomio, che ciascuno delli dui resultanti sarà valore della cosa.

\* Notisi, che quando non si volessero ridurre le Equationi di  $\sqrt{x}$ , ce. & numero ad 1.  $\sqrt{x}$ , ma lasciare il numero de  $\sqrt{x}$ , come fusse, o più, o manco d'1. Si potriano trouare, & dare le sue Regole vniuersali, facendo le considerationi al modo che si fecero nelle Equationi di ce, z, & numero, senza ridurle ad 1. censo.

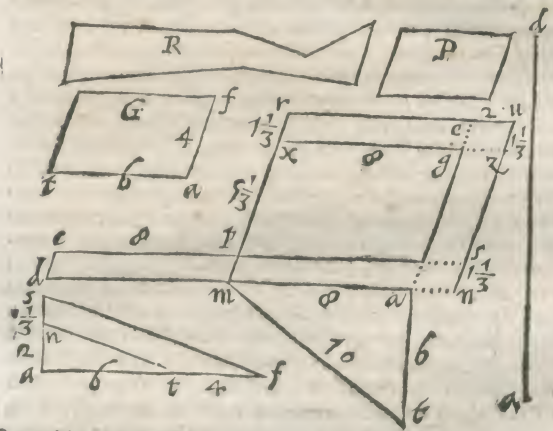
Nel







lato più lungo del parallelo grammo da farsi, cioè trovato il lato più corto, conueniente al lato più lungo, ò allungamento detto, nella proportionione che hà il lato più lungo del formato al suo lato più corto, che perciò questo lato più corto cercato verrà ad essere la quarta proportionale, & consequente all'allungamento preso come terza linea, nella proportionione, che hà la prima alla seconda, cioè il lato più lungo del formato al suo lato più corto, & questa quarta proportionale posta, ò congiunta ad angolo conueniente all'allungamento detto, & poi compito il parallelogrammo della retta composta dalla data, & allungamento, & di questa quarta proportionale, ò lato più corto detto, ( & si compisce facilmente in pratica, ponendo vn piè del compasso sù l'estremo della detta quarta proportionale, che non è angolare, (cioè che non è congiunto ad angolo, ò angolarmente con la retta composta dalla data, & allungamento, ) & secondo la lunghezza della retta composta dalla data, & allungamento, ò vogliamo dire allargato il compasso quanto è la lunghezza della retta composta dalla data, & dall'allungamento formare vn pezzo d'arco verso essa retta composta detta, poi fatto centro il punto, ò estremo d'essa retta composta, che non è angolare, secondo la lunghezza della quarta proportionale segnata detta fare vn pezzo d'arco, ò circonferenza talmente, che co'l primo già fatto s'interseghino, & dall'intersegamento alli due punti fatti centri tirare le due rette, che esse con le due dette formaranno, ò compriranno il parallelo grammo ) questo sarà il parallelogrammo cercato, quale sarà eguale al rettilineo proposto, & aggiungerà alla data retta vn parallelogrammo simile al proposto.



R. rettilineo proposto.

P. Parallelogrammo proposto.

G. Parallelogrammo eguale al rettilineo R, & simile al

Parallelogrammo P.

d a, i 6. linea data.

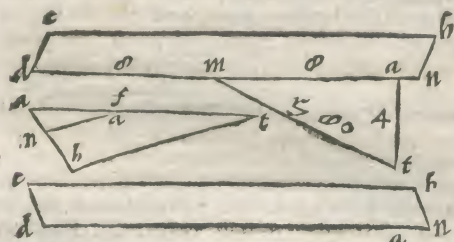
posto al medesimo n o, ò vogliamo dire al p u, che così la pportione del lato p u, al p x, sarà come dallato p s, al p r, & però come di s o, ad s n, onde (per la 19. del 5.) il restate s o, al restate x r, sarà come da p s, a p r, & però come da s o, ad s n; & cōuersamēte da x r, ad s o, sarà come da s n, all'istesso s o; per il che x r, sarà eguale ad s n, & considerato la x g, allungata in z, cioè fin che segghi la n u, all' hora la z u sarà eguale alla a lei equidistate x r, & però alla s n, ancora cōsiderata la o g, allungata in e, cioè fin che segghi la r u, all' hora la e u, sarà eguale alla a lei equidistate s o, onde il parallelo e z, sarà eguale, & simile all' n o, & perciò sarà anco simile al p g, & al p u, & cōsiderato esser tirata la p m ella sarà eguale, & equidistate a ciascuna delle tre d c, o a, & s n, & perciò anco eguale a ciascuna delle tre x r, e g, & z u, onde li quattro paralleli d p, p a, g r, g s; saranno eguali fra loro ( & che considerato ciascuno delli tre primi diuiso in due triangoli per vn medesimo verso, i due lati di ciascuno d'essi triangoli, con l'angolo da loro contenuto in vno de' tre paralleli grammi, saranno eguali alli due lati di ciascun' altro d'essi triangoli con l'angolo da loro contenuto in qual si vogli altro de' detti paralleli grammi, onde tutti essi triangoli saranno eguali fra loro, & perciò la somma de' due triangoli, che sono le parti, ò diuisioni d'vn parallelo, sarà eguale a ciascun' altra dell'altre somme de' due triangoli, che sono le parti, ò diuisioni di qual si vogli altro de' detti paralleli, cioè l'vn parallelo sarà eguale a qual si vogli de' gl' altri, & quanto al parallelo g s, egli ( per la

sesto



fello) è eguale al  $gr$ , (& però a ciascuno de gl' altri dui) perche la proportion di  $s$  o, ad  $x$  r, è co-  
 me di  $x$  g, a  $g$  o, perche la somma de' dui paralleli  $gr$ , &  $gs$ , sarà eguale alla somma de' dui  $d$  p, &  
 p a, cioè al totale  $d$  o, ancora alla prima somma giunto l'  $e$  z, & alla seconda somma giunto l'  $n$  o,  
 quali  $e$  z, &  $n$  o, sono eguali fra loro, ne segue, che tutto lo Gnomone  $x$  u o, sia eguale a tutto il pa-  
 rallelo  $d$  s, ma detto Gnomone  $x$  u o, è eguale al rettilineo R. proposto (perche sopra i tre lati del  
 triangolo rettangolo  $m$  a t, considerato fatto tre paralleli grammi simili, & similmente posti al ret-  
 tangolo P. proposto, sappiamo (per la 31. del 6.°) che quello che sarà fatto sopra il lato  $m$  t, oppo-  
 sto all' angolo retto, & però il fatto sopra alla  $p$  s, (posta eguale alla  $m$  n, che è eguale alla  $m$  t,) sa-  
 rà eguale alla somma delle dui che si facessero sopra  $m$  a, & a t, & però all' dui che si facessero so-  
 pra p o, (eguale alla  $m$  a,) & a t, ma al medesimo fatto sopra alla  $p$  s, cioè al parallelo  $p$  u, sono egua-  
 li il parallelo  $p$  g, fatto sopra alla  $p$  o, & lo Gnomone  $x$  u o, (sue parti che lo componono) perche il  
 parallelo  $p$  g, & Gnomone  $x$  u o, insieme presi, sono eguali al parallelo  $p$  g, & al parallelo che si fa-  
 cesse sopra a t, insieme presi; onde leuato comunemente il parallelo  $p$  g, resterà lo Gnomone  $x$  u o,  
 eguale al parallelo, che si facesse sopra a t; ma a questo istesso parallelo sopra a t, è eguale il ret-  
 tilineo R. proposto (dalla costruzione) però lo Gnomone  $x$  u o, è anch' egli eguale al rettili-  
 neo R. ) però ancora il parallelo  $d$  s, sarà eguale al medesimo rettilineo proposto, come occor-  
 reua mostrare; Che esso  $d$  s, poi aggiunga sopra alla retta  $d$  a, data vn parallelo simile al P.  
 proposto, cioè che l' a t, sia simile al P. è chiaro dalla costruzione. Si potena  
 anco in vece della  $p$  s, adoprare la  $m$  n, ma si è fatto così per non ingombrare il parallelo for-  
 mato  $d$  s.

Notifi ancora, che quando i lati del parallelo P. proposto, al quale ha da essere simile l' ecce-  
 dente a s, habbi i lati ineguali, all' hora alla linea data potranno essere applicati dui diuersi para-  
 lelli (se bene eguali fra loro, poiche ciascun d' essi conuiene che sia eguale al rettilineo proposto) per-  
 che doppo l' hauer formato vn parallelo G. simile al P. proposto, & eguale al rettilineo R. pro-  
 posto, che perciò hauerà i dui lati angolari ineguali (per essere anco ineguali i lati del parallelo  
 P. proposto) se vna volta haueremo preso il lato più lungo, & sia a t, in congiungerlo ad angolo  
 retto con la  $m$  a, (mità della retta data) in a, & poi tiratali la subtensa  $m$  t, & secondo la lun-  
 ghezza di questa fatta la  $m$  n, quale alla  $d$  a, data aggiunge la  $a$  n, sopra alla quale si è poi fatto il  
 parallelo a s, simile al G. di modo però, che si come la  $a$  n, corrisponde al lato più lungo del pa-  
 rallelo G, la  $n$  s, poi corriponda al lato più corto, & finalmente mediante le  $d$  n, &  $n$  s, compito il  
 parallelo  $d$  s cercato; Noi dico, vn' altra volta poi da principio, potremo pigliare, o seruirci del  
 lato più corto, & sia l' a f, del parallelo G, & congiuntolo ad angolo retto in a, con la  $m$  a, metà del



a n, & 80. m 8.  
 n b, & 180. m 12.

la prima, & quarta di quattro linee proportionali, essendo nel Parallelo G. i suoi lati, o  
 lungo, & corto, o corto, & lungo, la seconda, & terza d' esse quattro rette proportionali,  
 & perciò tanto sarà il prodotto de i dui lati dell' h d, quanto il prodotto de i dui lati del d s, ouero  
 del G. Et se li dati del G. fussero poniamo 6. & 4. che il loro dutto è 24. (ne i porta che questo  
 24. non sia la vera grandezza d' esso parallelo G. quando li suoi angoli non sono retti, che  
 anzi ella sarà minore di 24. perche se poniamo la vera lunghezza essere il 6. la vera lar-  
 ghezza poi, che gli deue essere perpendicolare sarà manco di 4. O' se poniamo la vera  
 larghezza essere 4. la vera lunghezza poi che gli deue essere perpendicolare sarà manco  
 di 6. ) Onde anco il dutto delli dui lati  $d$  n, &  $n$  s. nel parallelo  $d$  s, deue essere l' istesso 24. &  
 così delli lati  $d$  n, &  $n$  h, nel parallelo  $d$  b. Onde se la retta data da applicarui il parallelo egua-  
 le, & simile al G. sia poniamo 16. noi per numeri potremmo trouare le  $a$  n, &  $n$  s, nell' vn parallelo  
 $d$  s, ouero le  $a$  n, &  $n$  h, nell' altro parallelo  $d$  b, che nel d s, il caso, o questo si potrà ridurre a dire

pone



pono a n, 1. r.

sarà d n, 16. p 1. r.

via a s,  $\frac{1}{2}$  r.produce 10. r, piu  $\frac{1}{2}$  z. Che è eguale a 14.

Cioè 16. r, piu 1. z.

8

8

64

36

100. La Bx è 10. cauatone 8. resta 2. però 2.

vale la r. Onde a n, sarà 2. & n s,  $1\frac{1}{2}$ . che via d n.

18. produce 24. come bisogna.

n h, Bx 180. m 12.

via d n, Bx 80. p 8.

120. m 96.

cioè 24. è il prodotto.

Che il duto di Bx 180. via p 8. annulla il duto di Bx 180. via m 12. perche sono eguali, poiche, così come 8. da vna bāda è li  $\frac{1}{2}$ . del 12. dall'altra, così anco Bx 80. dall'altra è li istessi  $\frac{1}{2}$ . di Bx 180. dall'vna, onde non occorre cercarli.

dotto sia 24. Et ponendo essa quantità 1. r, trouaremo che valerà Bx 80. m 8. onde a n, sarà Bx 80. m 8. però la n h, Bx 180. m 12. & la totale d n, Bx 80. p 8. che via la n h, produce 24. come bisogna. Et così quando il Paralello P. proposto, sia, o quadrangolo, o romboide, cioè di lati ineguali, all' hora si potranno applicare dai diuersi paralleli alla data d a; Ma quando il P. sia quadrato, o rombo, cioè di lati eguali, gli se ne potrà applicare vn solo. Et di qui auuiene, che nel Capitolo d' 1. z, & r, eguali a numero, perche il parallelo P. deue essere quadrato (come è l' 1. ce.) ne tegue che la n a, quale ci mostra la r, è lato del quadrato, nō può hauere se non vna valuta; il che potranno auuertire li principianti, notando insieme che la 29. del sexto d' Euclide può hauere due diuersi fiposte, quando il parallelo, o superficie di lati equidistanti data non habbia i lati eguali.

\* Consideri bene se auuiene di qui.

Ancora nel Capitolo di 1. z, eguali a r, & numero. Considerando la figura B. nella quale alla s i, ouero s x data, si viene ad hauere applicato vn quadrato s n, che eccede la data s i, nel rettangolo i n (o vogliamo dire, che eccede la data s x, nel rettangolo x n, considerato in vece della i c, tirata la x f,) eguale al rettilineo P. proposto; veniamo a conoscere come si essequiria Geometricamente il Problema che diceffe. Data vna retta ad essa si può applicare vn quadrato che ecceda essa retta in vn rettangolo eguale ad vn rettilineo proposto: Che è quanto a dire. Data vna retta ad essa si può giungere vna retta tale, che il quadrato di tutta la linea così composta, sia eguale al duto della data nella così composta giontoli di più vn rettilineo proposto. Et il modo d' essequirlo, & la dimostratione potranno essere li istessi adoprati in detta figura B. Anzi ci accorgeremo (essendo già auuertiti del modo di ridurre a generalità il problema antecedente) che si può anco generalissimamente dire.

Data vna retta ad essa si può applicare vn parallelo simile ad vn parallelo proposto, o esemplare. & eccedente essa retta in vn parallelo eguale ad vn rettilineo proposto. Et il modo sarà questo. Formisi vn parallelo simile all' esemplare, & eguale al rettilineo proposto, poi preso vn lato di questo formato, o il corto, o il lungo (che quando egli hauerà i lati diuersi in lunghezza si potrà adoprare vna volta l' vno, & vna volta l' altro, & così sopra alla data applicare dai diuersi paralleli simili all' esemplare, & che eccederanno la data in vn parallelo eguale al rettilineo proposto) & diuisa la data in due parti eguali, o vogliamo dire per mezzo, & considerata vna delle sue mità alla estremità commune alla data, & ad essa mità se li congiunga ad angolo retto esso lato, & si tiri la retta, che con la mità detta, d' esso lato forma vn triangolo rettangolo, cioè si tiri la fortorendente all' angolo retto formato, congiungendo l'altra estremità della mità della data

Ouero

pono a n, 1. r.

sarà d n, 16. p 1. r.

via h n,  $1\frac{1}{2}$  r.produce 24. r, p  $1\frac{1}{2}$  z. Che è eguale a 24.

Egualc a 16. Cioè 16. r, piu 1. z.

8

8

64

16

80. La Bx è Bx 80. che cauatone 8. resta Bx 80.

m 8. per il valore della r, però a n, sarà Bx 80.

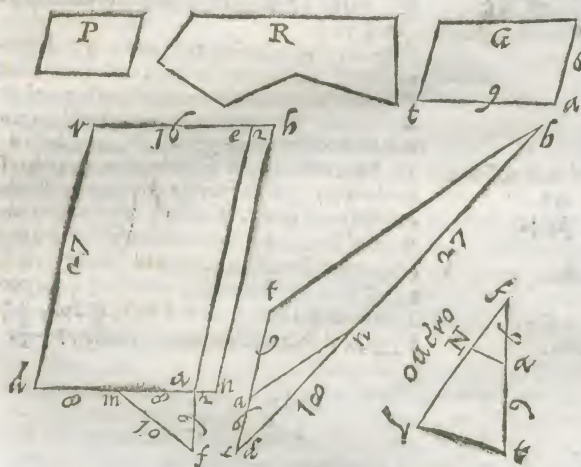
m 8. &amp; n h, sarà Bx 180. m 12.



data con l'altra estremità del lato congiuntoli ad angolo retto, accioche il quadrato della sub-  
tensa sia eguale al quadrato della metà della data, giontoli il quadrato del lato detto, che haue-  
remo preso nel paral. formato, & poi si allunghi la metà della data in fuori, fin che essa metà cō l'al-  
lungamento sia eguale alla subtensa detta, & all' hora considerata la linea totale contenuta da  
quella metà allungata, & dall'altra metà della data ( quale linea totale viene ad essere eguale alla  
metà della data insieme con la subtensa detta ) sopra ad essa si descriva vn parallelo simile all' ef-  
femplare, & vogliamo dire simile al formato, in modo però, che detta linea totale sia la corrispon-  
dente al lato preso del già formato ( cioè se il lato preso sia il più lungo, ancora la totale serua-  
per il più lungo, & perciò si troui il più corto, & conseguente ad essa linea totale, nella propor-  
tione che hà il lato lungo antecedente, al lato corto conseguente nel parallelo formato; Et se il lato  
preso fuise il corto del parallelo formato; ancora la totale sia il più corto del parallelo da descri-  
uere, trouando perciò il più lungo, cioè la quarta proportionale alle tre rette note, che sono per or-  
dine il lato corto, il lungo ( del parallelo formato, ) & la retta totale detta, ) che oosi il parallelo  
descritto sarà il cercato, simile all' effemplare ( come è noto dalla costruzione, ) & che aggiun-  
gerà alla retta data vn parallelo eguale al rettilineo proposto.

Che per effempio essendo data la retta d, & il rettilineo R, & il parallelo effemplare P, simile al quale, & eguale al rettilineo R, sia formato il parallelo G, & preso il suo lato corto a f, congiunto in a, ad angolo retto alla m a, metà della data, & tirata la m b ad esso angolo retto sottotendente,

Considerata la data d, di-  
*er la sesta del secondo,*) che il  
 n il quadrato della metà della  
 a data, & dalla aggiunta, & pe-  
 ato di m; è eguale al quadra-  
 na delli dui quadrati di m a, &  
 to di d n, in n a, eguale al solo  
 proportionale fra la totale d n,  
 alla a f ad a n; Hora confide-  
 alla a t, *(nel parallelo G.)* fa-  
 h, alla a t, perche che da f, ad  
 D a n, sarà



P. Parallelogrammo esemplare proposto.

G. Parallelogrammo eguale al rettilineo R, & simile al Parallelogrammo effemplare P.

LN, terza parte di n h.

Confiderata la data  $d$ , di-  
uifa per mezzo in  $m$ , & a quella giunto in lungo la  $a$ , ne fegue ( *per la feſta del ſecondo* ), che il  
dutto della linea totale coſi compoſta nella aggiunta , inſieme cō il quadrato della mità della  
data, ſiano eguali al quadrato della retta contenuta dalla mità della data, & dalla aggiunta, & pe-  
rò nella figura qui poſta il dutto di  $d$  n, in  $n$  a, inſieme con il quadrato di  $m$  a; è eguale al quadra-  
to di  $m$  n, & però al quadrato di  $m$  f, a lei eguale , & però alla ſomma deſſi dui quadrati di  $m$  a, &  
a f, onde leuato comunemente il quadrato di  $m$  a, reſtarà il ſolo dutto di  $d$  n, in  $n$  a, eguale al ſolo  
quadrato di a f, per il che ( *per la 17. del ſeſto* ) la a f, ſarà media proportionale fra la totale d n,  
& la aggiunta a n, cioè come la proportion di d n, alla a f, coſi ſarà di a f, ad a n; Hora conſide-  
rato, che ſi è fatto la d n, alla n h, ( *nel parallelo d h* ), come la a ſalla a t, ( *nel parallelo G.* ) ſa-  
premo che anco permutatamente cōme dalla d n, alla a f, coſi è la n h, alla a t, per il che d a f, a

Alg.lin.

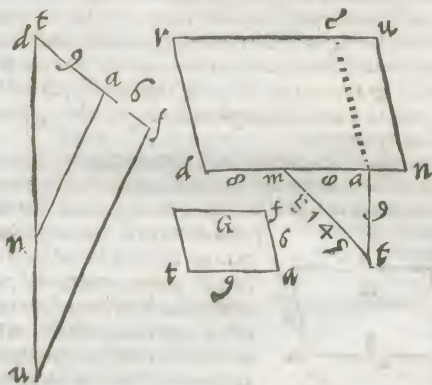
D

an, farā



a n, sarà come da n h, ad a t, & perciò delli dui parallelogrammi a h, & G. che hāno vn'angolo comune, ò eguale essendo nell'a h, esso angolo contenuto dall'a n, & n h, seconda, & terza, & nel G. essendo l'angolo a quello eguale contenuto dalle a t, & a f, prima, & quarta di dette quattro rette proportionali, ne segue (per la 14. del 6.º) che essi dui parallelogrammi siano eguali tra loro, ma il G. è fatto eguale al rettilineo R. proposto, però ancora l'a h, sarà eguale al medesimo rettilineo R, come si voluea prouare.

vnità delle quali la data d a, ne è 16. vnità delle quali il parallelo G. che'è 9. per vn lato, & 6.



dr, R. 64.  $\frac{2}{3}$ . p. 5  $\frac{1}{3}$ , & cos n u. d m, & cos m a,  
a t, 9 m t, R. 145. a n, R. 145. m 8.  
d n, R. 145. p. 8. n u, R. 64.  $\frac{2}{3}$ . p. 5  $\frac{1}{3}$ .

d n, R. 145. p. 8. misto.  
R. 16.  $\frac{1}{6}$ . p. 2  $\frac{2}{3}$ .  
n u, R. 64.  $\frac{2}{3}$ . p. 5  $\frac{1}{3}$ . misto,  
via d n, R. 145. p. 8. misto,

589  
84100  
290  
produce 9 6  $\frac{1}{3}$ . m 41  $\frac{2}{3}$ .  
cioè 54

Essendo d a, 16. Et f a, 5. a t, 7  $\frac{1}{2}$ .

ma, 8.  
8.  
quadrato di m a, 64.  
quadrato di a t, 56  $\frac{1}{4}$ .  
m t, R. 120  $\frac{1}{4}$ .  
a n, R. 120  $\frac{1}{4}$ . m 8.  
d n, R. 120  $\frac{1}{4}$ . p. 8.  
R. 13  $\frac{3}{6}$ . p. 2  $\frac{2}{3}$ .  
n u, R. 53  $\frac{1}{6}$ . piu 5  $\frac{1}{3}$ .  
via d n, R. 120  $\frac{1}{4}$ . m 8.

481 4  
481 9  
36  
481 6  
prodotto 80  $\frac{1}{6}$ . m 42  $\frac{2}{3}$ .  
cioè 37  $\frac{1}{2}$ .

per l'altro, & ciascuna di queste è li  $\frac{5}{6}$ . di ciascuna di quelle delle quali la data d a, ne è 16. cioè 6. di queste sono eguali a 5. di quelle, però le f a, & a t, ridutte a quella sorte d vnità sariano fa, 5. & a t 7  $\frac{1}{2}$ . però la m t, saria R. 120  $\frac{1}{4}$ . la a n, R. 120  $\frac{1}{4}$ . m 8. & la n u, R. 53  $\frac{1}{6}$ . p. 5  $\frac{1}{3}$ . onde il prodotto di a n, in n u, saria 37  $\frac{1}{2}$ . come è il prodotto di a f, in a t, 7  $\frac{1}{2}$ .

Ma la d a, data 16. dell'e sue vnità, riducendola alla sorte di vnità di che la f a, ne è 6. saria 19  $\frac{1}{3}$ . però la m n, saria 9  $\frac{2}{3}$ . & la m t, R. 173  $\frac{1}{3}$ . però l'a n, R. 173  $\frac{1}{3}$ . m 9  $\frac{2}{3}$ . & la n u, R. 76  $\frac{2}{3}$ . p. 5  $\frac{1}{3}$ .

Et se volessimo ridurre i lati f a, a t, del parallelo G, a numero, le vnità del quale siano del quale siano della sorte, che sono le vnità della d a, posta 16 quando le vnità de' lati f a, a t, 6. & 9. fossero state delle grandi, & quelle della d a 16. fossero state delle piccole, cioè, quando essendo la d a 16. & le f a, a t, 6. & 9. occorresse che 6. delle vnità di d a, 16. fossero solo quāto 5. del le vnità di f a, 6. & a t, 9. all' hora delle vnità piccole conueniente alla d a, 16. la f a, saria 7  $\frac{1}{2}$ . & l'a t, 10  $\frac{1}{2}$ . il dutto delle quali saria 77  $\frac{1}{2}$ . Et però l'a n, saria R. 180  $\frac{1}{2}$ . m 8. & l'n u, R. 80.  $\frac{1}{2}$ . p. 5  $\frac{1}{3}$ . & il dutto delle quali è l'istesso 77  $\frac{1}{2}$ .

sia d a, 19  $\frac{1}{3}$ .  
m a, 9  $\frac{2}{3}$ .

2304  
quadrato di m a, 92  $\frac{2}{3}$ .  
quadrato di a t, 84

m t, R. 173  $\frac{1}{3}$ .  
a n, R. 173  $\frac{1}{3}$ . m 9  $\frac{2}{3}$ .  
d n, R. 173  $\frac{1}{3}$ . piu 9  $\frac{2}{3}$ .  
R. 19  $\frac{1}{3}$ . piu 3  $\frac{1}{3}$ .  
n u, R. 76  $\frac{2}{3}$ . piu 6  $\frac{2}{3}$ .  
via d n, R. 173  $\frac{1}{3}$ . m 9  $\frac{2}{3}$ .

1924 48  
4329 32  
103896 1536  
83351 61  $\frac{1}{2}$ .  
832896  
2886 25  
4889  
34596

prodotto 115  $\frac{1}{2}$ . m 61  $\frac{1}{2}$ .  
cioè 54

Essen-



Essendo  $at, 10^{\frac{1}{2}}$ . Et  $af, 7^{\frac{1}{2}}$ .

$$\begin{array}{r}
 \text{quadrato di } a, t, \quad 116 \frac{1}{2} \\
 \text{quadrato di } m, a, \quad 64 \\
 \hline
 m, t, R, \quad 180 \frac{1}{2} \\
 a, n, R, \quad 180 \frac{1}{2} \text{ m } 8. \\
 d, n, R, \quad 180 \frac{1}{2} \text{ p } 8. \\
 R, \quad 20 \frac{1}{2} \text{ p } 2 \frac{1}{2} \\
 n, u, R, \quad 80 \frac{1}{2} \text{ p } 5 \frac{1}{2} \\
 \text{via } d, n, R, \quad 180 \frac{1}{2} \text{ m } 8. \\
 \hline
 4516 \\
 40644 \\
 18064 \\
 162576 \\
 243864 \\
 731592 \\
 734193216 \\
 27096 \quad 225 \\
 51912 \\
 325116
 \end{array}$$

prodotto  $115 \frac{1}{2} \text{ m } 61 \frac{1}{2}$ . cioè 54.

vna istessa. L'istesso modo a punto servirà, se hauremo formato il parallelo  $du$ , mediante l' $a, t$ , parte più lunga del parallelo  $G$ .

Et perche habbiamo veduto, che l' $a, t$ , (ouero l' $a, f$ , lati del parallelo  $G$ .) è media proportionale alla totale  $d, n$ , & la aggiunta  $a, n$ ; quali due  $d, n$ , &  $a, n$ , sono differenti fra loro in  $d, a$ , data, si conoice che dicendosi.

Propoli vna retta (poniamo  $a, t$ .) trouinsi due rette differenti fra loro nella data retta ( $d, a$ .) tali, che sia esse due la propola ( $a, t$ .) sia media proportionale; Il modo di trouarle sarà il veduto di sopra, cioè; Congiunta la propola ( $a, t$ .) ad angolo retto alla data nell'estremità  $a$ , & di punto  $m$  doue la data  $d, a$ , sia diuisa per mezo tirata la subtensa  $m, t$ ; & a quella fatta eguale la  $m, t$ , sarà subito il Problema, che  $d, n$ , &  $a, n$ , faranno le due rette cercate, fra le quali la propola  $a, t$  è media proportionale.

Et se volessimo applicare questo a qualche operatione di vso; per effempio, potremmo dire.

Si vuole vn Giardino, vn Campo, o simile, che sia grande 1600 pertiche, & che la sua lunghezza, ecceda la larghezza in 18. pertiche, si domanda quanto sarà lungo, & quanto largo. Ouero vn'Alloggiamento è quadrato di 40. pertiche per lato, se ne vuole fare vn'altro quadrangolo rettangolo della medesima grandezza, che sia 18. pertiche più per lunghezza di quello, che sarà per larghezza, si domanda vna, & l'altra. Ouero è vna ordinanza quadra di gente, che è 40. file, a 40. per fila, ella si vuol ridurre ad vn'altra quadrangola, che sia 18 file più per lunghezza, o fronte, di quello che sarà la larghezza, o fianco, si domanda, & la fronte, & il fianco; Et la regola sarà questa. Al quadrato della metà del 18. differenza detta, qual quadrato è 81. si giunga il numero de' fanti, che è 1600; & fa 1681. & di questo si pigli la  $R$ , quadra, che è 41. al quale si giunga, & dal quale si caui il 9. metà detta del 18 & ne deriuano 50. & 32. che sono la lunghezza, & la larghezza, o vogliamo dire la fronte, & il fianco, però si faranno 12. file, a 50. per fila.

Et con co'l giudicio si adatterà, o applicarà la dottrina alli Casi occorrenti, o imaginati; Et conuerfamente si ridurranno i Casi ad astrattione, & all'hora adoprando la Scienza si trouaràno regole alla solutione d'essi. Che in questo deue ponere tutta la industria lo Studente, & così le cose se gli renderanno facili, & egli facilmente potrà deriuare le regole facili nelli Casi per risoluerli, & insegnarle anco a chi è semplice Pratico nelli numeri. Et poiche si è detto alcuna cosa dell'Ordinanze di genti, non voglio restare di soggiungere, che se il Sergente sarà Mathematico, egli facilmente ridurrà qual si vogli quantità, o numero di gente a che ordinanza si vogli. Et cō vna regola medesima senza hauer bisogno di particolari regolette, o Tariffe; Et in vna propositione, o problema solo si può dire in vniuersale. Data qual si vogli quantità di gente ella si può ponere in ordinanza quadrangolare, simile a qual si vogli ordinanza quadrangolare proposta; Et questo ridotto a parlare Mathematico astratto, potrà dire. Data qual si vogli superficie rettiliuca, (& sarà il numero delle genti) se ne può formare vn'altra eguale ad ella, & simile ad vna

$10^{\frac{1}{2}} \cdot 2t$

$7^{\frac{1}{2}} \cdot 2f$

54

36

1944

prodotto  $77 \frac{1}{2}$

Notifi, che se bene la vnità con la quale si dà nome di 16. alla retta data, non è la istessa, che la vnità cō la quale si dà nome di 9. & 6. alla  $f, a, t$ , lati del parallelo  $G$ . non comporta (purché la operatione lineale si facci conuenientemente, cioè che la  $m, n$ , sia precise lunga in linea quanto la  $m, f$ , subtensa all'angolo retto  $a$ ; Et che la proportionione di  $d, n$ , ad  $n, b$ , sia come di  $f, a$ , ad  $a, t$ , accioche il parallelo  $d, b$ , sia simile all'  $f, t$ .) Et all'hora, cioè quando esse vnità siano differenti in lunghezza, la vnità poi con la quale si dà nome di 10. alla  $m, f$ , sarà mista, cioè non sarà ne della lunghezza della vnità, che dà nome alla  $d, a$ , ne della lunghezza della vnità, che dà nome alle  $f, a, t$ ; Ancora la vnità, che dà nome di 2. alla  $a, n$ , sarà vn'altro misto; Et ancora la vnità, che dà nome di 27. alla  $n, h$ , sarà vn'altro misto; nondimeno sempre il darto del 2. misto di  $a, n$ , nel 27. misto di  $n, h$ , produrrà l'istesso 54 che producono li 6. & 9 numeri delle  $f, a, t$ , del parallelo  $f, t$ , al quale l' $a, h$  è eguale.

Ma il 2. & il 27. faranno bene i veri numeri, che haueranno per vnità la medesima, che è vnità delle  $d, a$ , data, &  $f, a, t$ , quando la vnità della data  $d, a$ , & delle  $f, a, t$ , sia







cato, che è parte della retta data, essendo l'altra l'altro lato, cioè esse due rette S. & R. saranno i lati del rettangolo cercato (eguale al rettilineo proposto) quale si potrà adattare sopra alla retta data, o con il lato più lungo vna volta, o con il lato più corto l'altra, & così in l'vno, o in l'altro modo mancherà al compimento della retta data (che è sempre composta a punto da acuti angoli) vna figura quadrata.

Questo Problema si può apco esplicare dicendo. Data vna retta ella si può diuidere in due parti tali, che il rettangolo d'esse sia eguale ad vn rettilineo proposto, quale però non ecceda il quadrato che si facesse su la metà della retta data (perche esso quadrato è il maggior rettangolo che si possa fare dalle due parti d'vna retta diuisa;) Che così ciascuna d'esse due parti chiamandole poniamo S. & R. potrà essere quel lato del rettangolo loro che stà su la retta data.

Questo Problema medesimo saria l'istesso che la 28 propositione del sesto d'Euclide, se egli parlasse generalmente, cioè se in vece che il parallelo applicato alla data retta manca al compimento della detta linea data vn quadrato egli mancasse in vn parallelo simile ad vn parallelo rettangolo, o non rettangolo proposto. Ma noi lo potremo ridurre a questa generalità con il medesimo modo d'operare, ma formando da principio vn parallelo simile all'esemplare proposto, & eguale al rettilineo proposto, poi sopra alla metà della retta data fatto vn mezzo cerchio, in esso da vn'estremo del diametro si adatti vno de i dui lati del parallelo formato, poniamo il corto (quando essi dui lati che contengono vno de i suoi quattro angoli fussero ineguali,) & da doue egli tocca la circonferenza fino all'altra estremità del diametro si tiri vna retta, quale poi si giunga, & anco si caui alla metà della data, & le due rette che mostrano la somma, & il restante si chiameranno poniamo S. & R. che ciascuna d'esse potrà essere il lato del parallelo cercato, essendo l'altra (che è il restante della retta data poiche s'ha la M. & la R. si compone la data) il lato del deficiente, & quello che è corrispondente al preso del formato, cioè il lato più corto d'esso deficiente, che posarà, o farà parte della retta data. L'altro lato poi comune al parallelo cercato, & al deficiente sarà quello il dutto del quale in questo del cercato già stabilito, sia eguale al dutto del lato corto preso, nel lungo suo compagno del formato (poiche il cercato deue esser eguale al formato, accioche sia eguale al rettilineo proposto,) cioè sarà quella retta, che si troua quarta proportionale a questo già trouato del cercato inteso per prima linea, & alli dui lati corto, & lungo del formato intesi per seconda, & terza. O vogliamo dire (che risulta l'istesso) farà quello al quale il lato già stabilito del deficiente habbi la proportion, che habbi il lato già preso, o adoprato del formato all'altro lato suo compagno, poiche il deficiente deue essere simile al formato, che è facto simile all'esemplare proposto.

Che per esemplo data la retta a c. 10. & il parallelo esemplare e, (che habbi poniamo il lato lungo doppio al corto, cioè come da 2. ad 1.) & proposto il rettilineo P. Volendo alla retta data applicare vn parallelo eguale al rettilineo proposto, & che manchi a compire la retta data in vn parallelo simile all'esemplare e. Noi formaremo il parallelo P. simile all'esemplare, & eguale al rettilineo P. proposto, & siano i suoi lati le linee 6. & 12. poi fatto vn mezzo cerchio sul diametro 10. metà della data 20. in esso da vna estremità del diametro adattaremo vn lato di questo parallelo formato, & sia il più corto 6. & da doue arriva alla circonferenza tirata all'altro estremo del diametro la retta 8. ella si giunga, & caui alla 10. diametro detto, o metà della data, che ne resterà 2. 18. & R. 2. ciascuna delle quali potrà essere vn lato del parallelo cercato, & l'altro sarà vn lato del deficiente, & sarà il lato più corto d'esso deficiente, perche anco il lato più corto (6.) del formato, si è adoprato nell'adattarlo nel mezzo cerchio, onde se vorremo poniamo che l'S. 18. sia il lato del cercato, & che perciò R. 2. sia il lato del deficiente, su la retta data; all'ora per trouare l'altro lato del deficiente, (& per l'altro lato del cercato, che è comune ad ambidui fuori della retta data) all'R. (come a terza) trouaremo il suo conseguente (quarta maggiore) nella proportion di 6. cortu prima a 12. lungo, seconda, lati del formato che corrispondono ad R. 2. corto, & al suo conseguente da trouarsi nel deficiente (quale ha da essere simile al formato, & perciò all'esemplare,) & sia esso conseguente la retta 4. quale con le due 2. & 18. nel termine a 10. o comune si congiunga ad angoli eguali alli dui prossimi del parallelo esemplare, o del formato, & sia la n t, & compito il parallelo c n t x, egli sarà il cercato, che mancherà a compire la retta data a c, nel parallelo che si compisse a n t u, quale dalla costruzione è simile all'esemplare, o formato, poiche è equiangolo ad essi, & la proportion de i lati a n n t, è come de i lati dell'esemplare, o formato; Che mō il parallelo n x, cercato sia eguale al rettilineo proposto, o vogliamo dire al parallelo P. formato, cioè che il dutto de i dui lati angolari del cercato sia eguale al dutto de i dui lati angolari del formato, che è quanto a dire, che la retta n t, (trouata di sopra conseguente alla a n, nella proportion de 6. a 12. lati suoi corrispondenti del parallelo formato) sia la quarta proportionale,

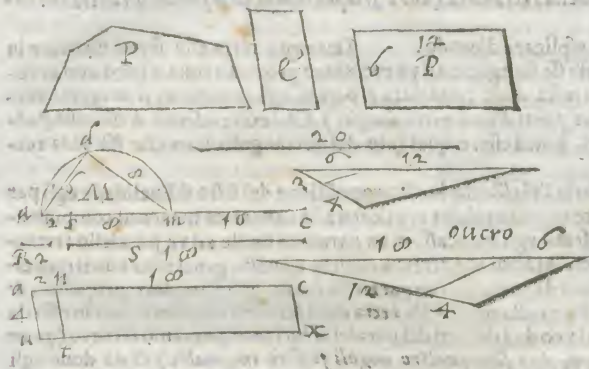
Alg. lin.

E

nale,



nale alle n c, 18. p<sup>ri</sup>ma, & 6. & 12. seconda, & terza. si prouarà considerando che il lato adoprato, (ò adattato nel mezo cerchio) del parallelo formato (cioe hora 6.) è sempre media proporzio-



P. Rettilineo dato.

P. Parallelogrammo esemplare retta data. 20.

G. Parallelogrammo eguale al rettilineo dato, & simile all'esemplare

n x, Parallelogrammo cercato.

a t, parallelogrammo deficiente.

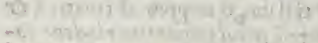
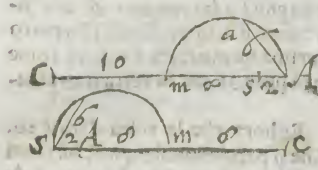
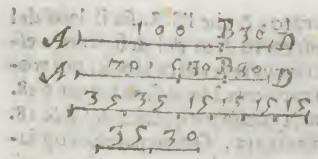
di S. & R. con il quadrato di m d, sono eguali al quadrato di a d, con il quadrato di m d, per il che leuato comunemente il quadrato di m d, resterà il solo rettangolo, ò dutto di S. in R. eguale al quadrato di a d, ò vogliamo dire del lato [ 6. ] adoprato del parallelo formato, per il che elso lato adoprato è medio proportionale fra le due rette trouate S. & R. Questo inteso essendo fatto a n, 2. ad n t, 4. come 6. a 12. cioe come del lato preso del parallelo formato all'altro lato suo compagno, cioe essendo da 6. a 12. come da 2. a 4. ne segue permutatamente, che come da 6. a 2. così sia da 12. a 4. Ma anco da 18. S. a 6. è come da 6. a 2. R. [ essendo 6. lato preso detto medio proportionale fra S. & R. ] però come da 18. a 6. così sarà da 12. a 4. si che la istessa n t, 4. conseguente di sopra trouato alla a n, 2. che è la R. nella proportionione di 6. a 12. lato corto, al lungo del parallelo formato è anco quarta proportionale alla S. 18. prima, & detti lati 6. & 12. seconda, & terza, onde il dutto d'elso 4. quarta nel 18. S. prima sarà eguale al dutto delle 6. & 12. seconda, & terza, per il che il parallelo n x, sarà eguale al P. formato, & perciò al rettilineo proposto.

( Noti hora lo Studente, che di sopra nella figura M. della presente facciata, hauendo conosciuto che la retta a d, 6. nel mezo cerchio è sempre media proportionale fra le due rette d s, 2. & s c, 18. ( in i chiamate R. & S. ) egli da quella operatione potrà auertire un modo facile da trouare una media proportionale fra le due rette date. Che considerando le due rette date essere a s, 2. & s c, 18. quali sono congiunte insieme per il diritto, & sopra alla a m, metà della somma, ò composto loro formato il mezo cerchio, & dall'm, estremo del diametro, che è punto della diuisione per mezo della a c, adattata in esso mezo cerchio la retta m d, eguale alla m s, ( in che l'a s, 2. è differente dalla a m, metà della somma d'esse a s, 2. & s c, 18. ) & dal punto d, doue ella arriua alla circonferenza è tirata la d a, all'altro estremo del diametro, quale d a, è la media fra le dette a s, & s c, potrà dire.

Date due rette A. S. minore, & S. C. maggiore per trouare una retta media proportionale fra esse. Elle si congiungono insieme per il diritto, poi sopra alla metà del composto loro, come sopra a diametro si formi un mezo cerchio, & sia A, m, d, poi fatto centro il punto m, estremo del diametro, che è nel mezo della a c, composto delle due date) secondo la lunghezza della m, s, ( in che l'A, S. minore è differente dal diametro a, m, metà della somma delle due date ) si facci un pezo d'arco, che seghi la circonferenza del mezo cerchio detto, & si segni il punto d, doue occorre questo segamento, dal qual punto d, all'altro estremo A, del diametro si tiri la retta d, A, che ella sarà la cercata media fra le due date A. S. S. C,

Ouro

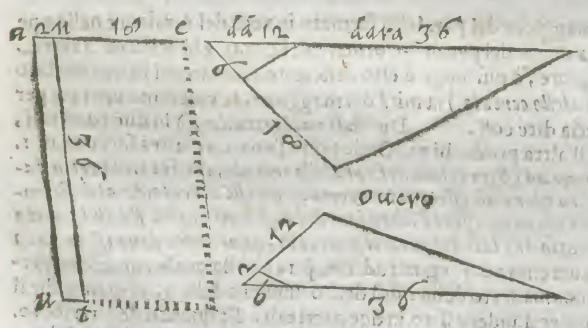




Ouerò in vece di congiungere insieme per il diritto la due date A.S. S.C. 2. & 18. Si cavi la minore S.A. dalla maggiore S.C. & il rimanente A.C. 16. si diuida per mezzo in m, che così ancora tutta la m S. composta dalla m A. 8. mita d'essa differenza, & dalla minore A.S. 2. sarà la mita del composto, o somma delle due date quantita. (Che di due quantita tanto è la mita della somma loro, quanto il composto della minore con la mita della differenza loro, perche essendo poniamo le due quantita A.B. maggiore 100. & B.D. minore 30. Inteso cauato B.D. 30. da A.B. 100. & resta A.C. 70. vediamo che l'A.B. si viene a componere da A.C. 70. differenza delle due quantita date, & da C.B. 30. che è quanto a dire B.D. 30. Onde hora in vece delle due quantita A.B. 100. & B.D. 30. considerando le tre A.C. 70. C.B. 30. & B.D. 30. ad esse

due date, o vogliamo dire alla somma d'esse due date eguali; sapremo, che tanto importa la mita di queste tre (cioe 35. 15. & 15.) Quanto 50. & 15. mita delle due A.B. & B.D. date; Ma nelle tre dette la mita delle due C.B. B.B. eguali fra loro, viene ad essere una sola di loro, & però quanto la B.D. perche tanto risulta a questa B.D. giungere la mita della restante terza A.C. quanto a giungere la mita di C.B. & la mita di B.D. con la mita detta di A.C. Ma a queste tre mita è anco eguale la mita della somma delle due date A.B. B.D. (che si compongono dalle tre dette) perche la mita di A.C. (differenza delle due quantita date) insieme con la B.D. sono in somma quanto è la mita della somma delle due date A.B. B.D.] Onde sopra ad essa m S. come sopra a diametro formato il mezzo cerchio m d S. & segnato il punto d, doue la m A. intesa girarsi sul punto m, percuotisse alla circonferenza [acciò la m d, sia 8. come è la m A.] da questo punto d, all'estremo S. del diametro si tiri la retta d S. che ella sarà a 6. media fra le due C.S. 18. & A.S. 2. date.)

Et se nella operatione trouate la S. 18. & la R. 2. & stabilita a n, 2. cioe la R. per vn lato del parallelo deficiente, & perciò la n c, cioe la S. 18. per vn lato del parallelo cercato, hauesimo poi trouato l'altro lato d'esso parallelo cercato, con il ponere essa n c, 18. come prima linea, & li lati 6. & 12. come seconda, & terza, & a queste tre trouata la quarta proportionale, accioche il duto d'essa quarta nel 18. n c, prima fusse eguale al duto di 6. in 12. seconda, & terza, & perciò anco il parallelo cercato sia eguale al formato, & questa quarta proportionale, sia trouata essere la n t, 4. quale sarà l'altro lato del parallelo cercato, & anco del deficiente [congiunta nel termine comune n, ad angoli eguali alli dui angoli contigui del parallelo formato, o dell'esemplare, che è l'istesso] per prouar poi, che compito il parallelo deficiente a t, egli sia simile all'esemplare, o formato, cioe che la proportion di a n, 2. ad n t, 4. sia come da 6. a 12. lati del formato, o vogliamo dire che 6. 12. 2. 4. siano quattro quantita proportionali, cioe che l'n t, 4. trouato sia la quarta proportionale alli dui lati preso, & suo compagno del formato, & alla R. 2. lo faremo facilmente, mediante le istesse ragioni, ma diremo.



a t, Parallelogrammo cercato eguale al Rettilineo proposto.  
 n t, Parallelogrammo deficiente simile all'esemplare.

Come dalla retta 18. alla 6. così è dalla 12. alla 4. per la costruzione; Ancora, come dalla 18. alla 6. così è la 6. alla 2. [che la 6. è media proportionale fra S. 18. & R. 2.] però come, dalla 6. alla 2. così è la 12. alla 4. Onde permutatamente come dalla 6. alla 12. così è la 2. alla 4. Et così li dui lati del parallelo deficiente, conosciamo, che hanno la proportion de i lati del formato, & però dell'esemplare; Onde il deficiente è simile all'esemplare come si voleva mostrare.

Et



Et se vorremo, che non l'S. 18. ma l'R. 2. sia il lato del cercato, & che l'S. 8. sia il lato del deficiente, che sarà (come si è detto di sopra) pur anco il più corto lato del deficiente, essendosi adoprato il 6. lato più corto del parallelo formato nel trouare le dette S. & R. poi trouaremo l'altro lato n, d'esso deficiente a lui comune, & al cercato, cercâdo al suo lato poro 18. il conseguente nella proportion di 6. a 12. lati del formato, cioe a queste tre quartà 6. 12. & 18. trouaremo la quarta proportionale che sarà 36. per la retta n, cercata. Ouero perche vogliamo che l'S. 2. sia vn lato del cercato, per trouar l'altro suo compagno (a lui comune, & al deficiente) il dutto del quale in esso S. 2. noto deue essere eguale al dutto di 6. in 12. lati del formato (accioche il cercato sia eguale al formato) noi ad esso 2. come prima quantità, & a 6. & 12. come seconda, & terza, trouaremo la quarta proportionale, che sarà pure 36. per la retta n, cercata; Ilche tutto si potrà dimostrare nel modo sopranarrato.

Pono a n, 1. & sarà n c, 20. m 1. & però via n, che sia 2. & fa 40. & m 2. & eguali a 72. Cioe 1. z, p 36. eguale a 20. & però la 1. vale 1. ouero 18. onde l'a n, posto il lato del deficiente può essere 2. ouero 18. essendo l'altro 4. ouero 36. Et ponendo n c, lato del cercato 1. & sarà il lato del deficiente 20. m 1. & che il suo doppio 40. m 2. & moltiplicato via 1. & fa 40. & m 2. & per il dutto de i lati del cercato, che è eguale a 72. & però pure haueremo 1. z, p 36. eguale al 10. & onde la 1. vale 2. ouero 18. & così il lato del cercato potrà essere 2. ouero 18. essendo il lato del deficiente 18. ouero 2. & il lato a loro comune il doppio di 18. ouero di 2. cioe 36. ouero 4.

Saranno 2. & 18. ciascuna delle quali è a proposito per vn lato del deficiente, essendo l'altro a lui comune, & al cercato il doppio d'esso lato del deficiente, cioe 4. ouero 36. Ouero douendo i lati del cercato produrre 72. se l'vno si pone 2. l'altro sarà 36. (che nasce a partire 72. per 2.) o se l'vno si pone 18. l'altro sarà 4.

Et se di sopra nell'eseguire questo problema, quando pigliassimo il lato 6. più corto del parallelo formato, per adattarlo nel mezzo cerchio che fu fatto sul diametro 10. metà della retta data, hauessimo voluto pigliare l'altro lato 12. (che a noi si dà il pigliare quale de i due lati del parallelo formato ci piace, che anto possiamo pigliare una volta l'vno, & vn'altra volta l'altro) esso 12. si faria douuto adattare nel mezzo cerchio detto, ma perche egli è più lungo di 10. diametro d'esso mezzo cerchio egli non vi si può adattare, & perciò non ci potiamo seruire d'esso 12. ma solo del 6. come habbiamo fatto; Onde di qui veniamo a conoscere, che se de' due lati ineguali del parallelo formato, vn solo sia minore & l'altro maggiore della metà della retta data, all' hora solo del lato minore ci potiamo seruire in adattarlo nel mezzo cerchio, & da esso deriuarne le due rette S. & R. ciascuna delle quali ci potrà dare vn parallelo particolare (eguale al rettangolo proposto) da applicarsi alla data retta, che mancherà a compire essa retta in vn parallelo simile all'esemplare proposto.

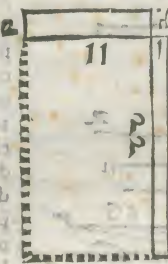
Et quato al pigliare il 12. lato maggiore del parallelo formato in vece del 6. minore nella operatione superiore, che così ancora il lato del parallelo formato deficiente, che starà su la retta data conuerà che sia il lato maggiore, & più lungo d'esso deficiente, essendo poi l'altro suo lato minore (comune ad esso, & al parallelo cercato) la metà del maggiore, se volessimo operare per Algebra in numeri il Quesito potria dire così. Diuidasi 20. (retta data) in due parti tali, che il dutto dell'vna nella metà dell'altra produchi 72. Onde posto l'vna 1. & l'altra sarà 20. m 1. & il dutto d'1. & (quale 1. co. viene ad essere il lato del parallelo cercato, che sta su la retta data) via 10. m  $\frac{1}{2}$ . & (qual 10. m  $\frac{1}{2}$ . co. viene ad essere il lato comune ad esso cercato, & al deficiente che è la metà di 20. m 1. co. quale viene ad essere l'altro lato del deficiente, che sta su la retta data) farà 10. & m  $\frac{1}{2}$ . & (per il dutto de i lati del parallelo cercato, qual dutto deue essere 72.) & questo è eguale a 72. & però haueremo 20. & eguali ad 1. z, p 144. nella quale equatione, perche il 144. non si può cauare da 100. quadrato della metà del 20. numero delle 1. vediamo che il quesito è impossibile; cioe non si poter d. uidere il 20. in due parti tali. Et quando dell'12. & 20. m 1. & si fusse moltiplicato o la metà d'1. & cioe  $\frac{1}{2}$ . & via 20. m 1. & (ponendo cioe che il lato del parallelo cercato, quale ha da stare su la retta data sia il 20. m 1. co. & il lato più lungo del deficiente sia l'1. co. essendo poi il lato comune ad ambidui l' $\frac{1}{2}$ . &) il prodotto faria pure 10. & m  $\frac{1}{2}$ . & che faria eguale a 72. come prima, & perciò vedressimo il Quesito essere impossibile; Dal che cono-



conosciamo che il 12. lato più lungo del parallelogr. formato non ci può hora seruire a questa operatione, poiche il lato più lungo del parallel. deficiente non può hora essere quel lato d'esso deficiente, che ha da stare su la retta data, come conuerria, che fosse in tal supposito.

Et dicendosi, alla retta data 12. applichisi vn parallel. che sia 22. & manchi a compire la retta data in vn parallel. rettangolo, che habbi la lunghezza doppia alla larghezza (& questa è l'esempio, che dà il Tartaglia nel suo Commento alla 28. del 6.) noi formato vn parallel. rettangolo, quale sia 22. di superficie & habbi vn lato doppio à l'altro, che essi lati faranno rad. 44. & rad. 11. faremo poi vn mezo cerchio su la metà di 12. retta data, cioè che habbi di diametro 6. & considerati i lati del parallel. formato, p. che il maggiore rad. 44. è più lungo di 4. diametro detto, vediamo che egli non si può accomodare nel mezo cerchio, onde quanto ad esso lato maggiore radice 44. il problema non si può esequire. Considerato poi il suo lato minore rad. 11. perche egli è minore del diametro 6. vediamo, che egli si potrà accomodare in esso mezo cerchio, onde accomodare uelmo, cominciando da vn estremo del diametro, & da doue arriva alla circonferenza all'altro estremo tirata vna retta (che sarà il lato del qua-

poni vn lato 1.1.  
l'altro 2.2.  
superficie è dutto 2.2. eguali a 22.  
1.2. 11.  
1.2. 11.



R. rettilineo proposto.

D. Parallel. gramm. esemplare.

B. Parallel. gramm. formato eguale al rettilineo proposto, & simile all'esemplare.  
Retta data 20.

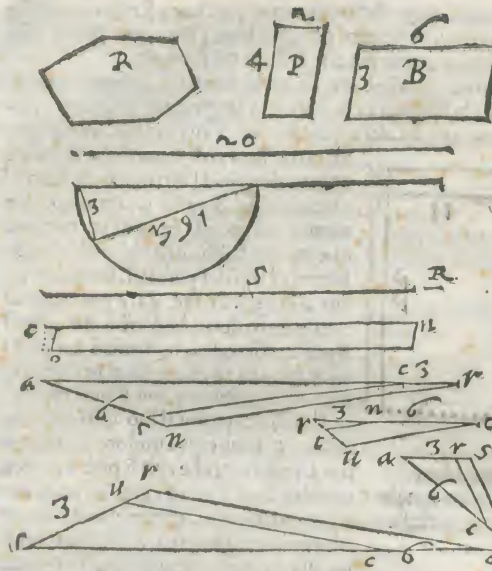
drato, che è la differenza de' quadrati di rad. 11. & 6. cioè sarà 5.) & questa giunta, & calata al diametro detto 6. ne resulteranno le due rette S. 11. & R. 1. ciascuna, delle quali potrà essere quel lato del parallel. cercato, che ha da essere parte della data, & l'altra sarà il lato del parallel. deficiente, che ha da essere l'altra parte restante d'essa data. Onde se vorremo, che vn lato del cercato parte della data sia S. 11. l'altra parte, che è il lato del deficiente sarà R. 1. & il lato comune ad ambedui sarà 4. E se vorremo che vn lato del cercato parte della data sia R. 1. l'altra parte, che è il lato del deficiente sarà S. 11. & il lato comune ad ambedui sarà 12.

Et quando delli due lati diuersi fra loro, o vogliamo dire ineguali del parallel. formato, cia- l'uno d'essi sia minore del diametro del mezo cerchio, o vogliamo dire della metà della retta data, allhora seruendoci dell'vno de' lati trouaremo due rette S. & R. & seruendoci dell'altro lato trouaremo due altre S. & R. ciascuna delle quali si potrà adoperare à trouare il parallel. cercato, onde così su la data retta si potranno applicare quattro diuersi paralleli gramm. di cui l'uno di quelli sarà eguale al formato, o vogliamo dire al rettilineo proposto, & mancherà a compire essa retta data in vn parallel. simile ad esso formato, o all'esemplare proposto, come si vede esequito in margine, doue il parallel. formato simile all'esemplare, & eguale al rettilineo proposto, hauendo per lati le due ineguali rette 3. & 6. & essendo data la retta 20. ad essa sono applicati quattro diuersi paralleli gramm. al formato, & mandando ciascun d'essi a compire essa retta data in vn parallel. simile all'istesso formato.

Seruendoci del lato minore del parallel. formato (nell'adattarlo, cioè nel mezo cerchio per trouare con esso la retta S. & R.) conuiene che anco il minore sia il lato del deficiente, che starà su la retta data, però il lato comune ad esso deficiente, & al cercato sarà il lato maggiore del deficiente, & però doppio a detto minore, che ha da esser parte della retta 20. data. Onde perche il lato comune detto, che è vn lato del cercato moltiplicato nell'altro lato del medesimo cercato, che è parte della retta data, deuè produrre 18. che è il dutto di 3. in 6. lati del parallel. formato eguale al rettilineo proposto. Volendo noi operare per Algebra in numeri nel trouare esse due parti della retta 20. data, potremo fare il quesito dicendo: Dividasi 20. in due parti tali, che con il doppio dell'vna moltiplicata l'altra produchi 18. Onde posta l'vna 11. & l'altra 20. m. 1.1. Ouero l'vna 20. m. 1.1. & l'altra 1.1. con il doppio dell'vna moltiplicata l'altra, cioè con 2.2. moltiplicata 20. m. 1.1. Ouero con 40. m. 2.2. moltiplicata 1.1. il prodotto sarà 40. m. 2.2. & douerà essere 18. però agguagliando al solito, hauremo 18. 1. eguali a 22. p. onde la 1. valerà 10. p. rad. 91. Ouero 10. m. rad. 91. & queste saranno le due parti della retta data 20. ciascuna delle quali potrà essere il lato del parallel. deficiente, essendo l'altra il lato del parallel. cercato. Et essendo l'altro lato del cercato comune al defi-

F ciente





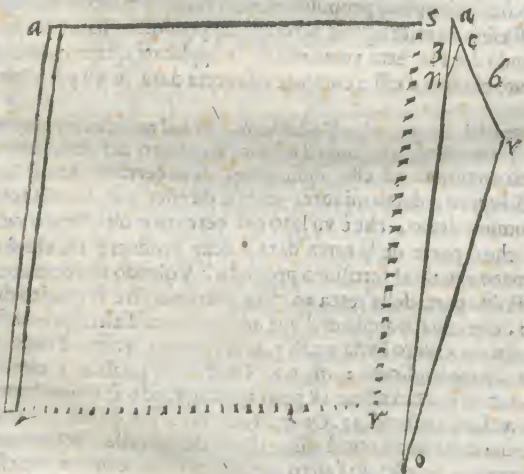
S. 10. p. rad. 91.  
R. 10. m. rad. 91.  
10. p. rad. 91.  
via 20. m. rad. 364.

fa 200. m. 182. cioè 18.  
ch'è il cercato.  
Lati del deficiente.  
10. m. rad. 91.  
20. m. rad. 364.  
2. c. 10. p. rad. 21.  
a. r. 3. 2. 5. 6.  
s. n. 20. m. rad. 364.

che è l'altro lato del cercato comune ad esso, & al deficiente.

ouero

r. n. 3. n. c. 6.  
r. c. 10. m. rad. 91.  
t. u. 20. m. rad. 364.  
s. c. 10. p. rad. 91. c. o. 6.  
s. u. 1. u. r. 20. m. rad. 364.  
a. r. 3. r. s. 10. m. rad. 91.  
2. c. 6. c. i. 20. m. rad. 364.



ciente il doppio del lato del deficiente, che si farà posto stare su la retta 20. data. Onde se vorremo, che delle due parti 10. p. rad. 91. & 10. m. rad. 91. la 10. p. rad. 91. sia vn lato del cercato, & che però la 10. m. rad. 91. sia lato del deficiente, l'altro lato comune doppio a questo sarà 20. m. rad. 364. che moltiplicato nel 10. p. rad. 91. suo compagno del parallel. cercato produce 18. come bisogna. Et se volessimo, che la 10. m. rad. 91. sia vn lato del cercato, & che perciò la 10. p. rad. 91. sia lato del deficiente, all'ora l'altro lato comune doppio a questo del deficiente faria 20 p. rad. 364. quale moltiplicato nel 10. meno rad. 91. suo compagno del parallel. cercato produce 18. come bisogna.

R. Rettilineo proposto.

P. Parallelo grammo esemplare retta data 20.

B. 3. & 6. Parallelo grammo formato eguale al rettilineo proposto, & simile all'esemplare.

Seruendoci del 6. lato maggiore del parallelo formato in trouare le S. & R. che saranno 18. & 2. conuiene che ancora il lato del deficiente, che ha da esser parte della retta data, sia il lato maggiore del deficiente, & però il lato a lui comune, & al cercato, cioè l'altro lato del deficiente sarà il minore, al quale il maggiore sarà doppio, come è il 6. al 3. lati dell'esemplare, o vogliamo dire, & perciò il lato minore comune sarà la metà del maggiore, che è parte della retta data, qual lato comune moltiplicato nel suo compagno del cercato, che è l'altra parte della retta data deue produrre 18. che è il ducto di 6. & 3. lati del parallel. formato; onde se volessimo operare per Algebra in numeri, il questo potria dire.

a c parallelogramo cercato. c. s. deficiente.

10. m. rad. 91. via 20. p. rad. 364.

Lati del cercato producono 18.

10. p. rad. 91. & 20. p. rad. 364.

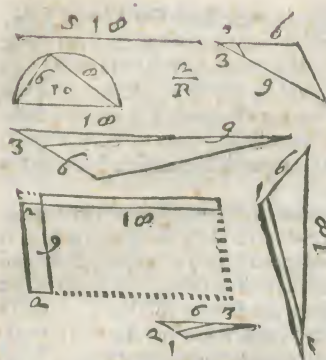
Lati del deficiente.

r. c. 6. c. a. 10. m. rad. 91.

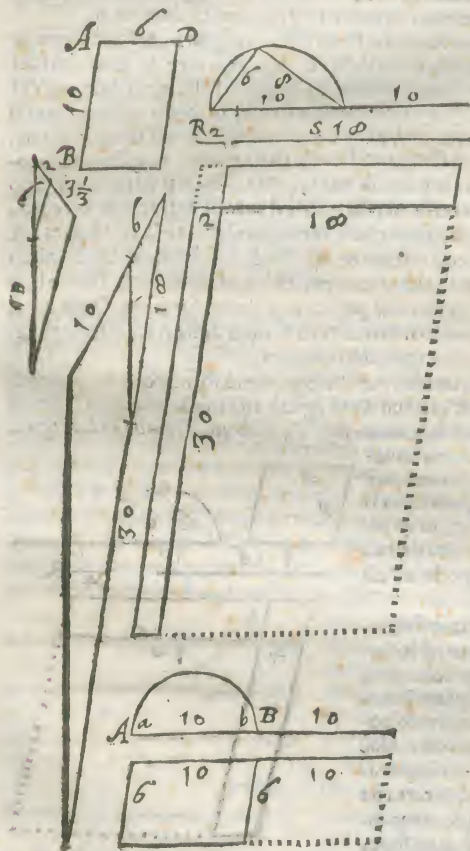
a n. 3. n. o. 20. p. rad. 364. e l'altro lato del cercato comune ab ambidui.

Diui.





Per trouare la quarta proportionale si può operare in qual si voglia delli dui modi del margine.



B D. parallelo grammo formato.

ne produrre 60. & il lato comune al cercato, & al deficiente doueria essere volte  $1\frac{2}{3}$ . quanto la parte

Diuidasi 20. in due parti tali, che con la metà dell'vna, moltiplicando l'altra se ne produca 18. che posta l'vna 1. & l'altra 20. in 1. & moltiplicato la metà dell'vna via l'altra se ne produce 10. & in  $\frac{1}{2}$ . che sarà eguale a 18. & però haueremo 20. & eguali a 18. & p 36. Onde la 1. valerà 18. ouero 2. però vn lato del cercato parte della retta data potrà essere 18. essendo l'altro 1. Ouero vn lato del cercato parte della retta data sarà 2. essendo l'altro 9.

Et quando delli dui lati ineguali del parallelo grammo formato, l'vno fosse minore del diametro del mezzo cerchio, & l'altro eguale ad esso diametro all' hora mediante il minore, cioè preso il minore nell' adattarlo nel mezzo cerchio, trouaremmo le due rette S. & R. ciascuna delle quali seruirea per vna risposta al problema. Et mediante il lato eguale al diametro si haueria vn'altra risposta, perche in quel caso il diametro medesimo, cioè la metà della data sarà vn lato del parallelo grammo cercato, essendo l'altra metà della data vn lato del deficiente, che l'altro poi comune al cercato, & al deficiente sarà quello al quale la metà della data hauesse la proportion, che ha il lato del formato detto (eguale alla metà della data) all' altro suo lato, cioè esso lato comune detto sarà l'altro lato del parallelo grammo formato istesso, sarà il cercato, & anco sarà il deficiente, poiche, & il cercato, & il deficiente fariano eguali, & simili, & ciascun d'essi eguale, & simile al formato, che è simile all'esemplare. Et così non solo il deficiente, ma anco il cercato sarà simile all'esemplare. Et di questo ne è l'esempio in margine, nel quale essendo la data retta 20. il parallelo grammo formato eguale al rettangolo proposto, & simile all'esemplare ha per lati 6. & 10.

Questo lato A B, adattato nel mezzo cerchio stà precise su'l diametro, però il quadr. d'esso A B, non è differente dal quadr. del diametro, onde quella retta, che farà il lato del quadrato della differenza è niente, & però giunta, & cauta al diametro ne derina l'istesso diametro, per il che così la retta S. come la R. è vn' istessa, cioè l'istesso diametro, per il che così la retta S. come la retta R. è vn' istessa, cioè l'istesso diametro, & lato A B, che ha da stare su la retta data, & seruirà per il lato corrispondente all' A B. del parallelo grammo cercato, & però l'altro suo lato sarà l'istesso A B.

Et se vorremo operare per Algebra in numeri, quando ci seruiremo del 6. lato minore ò più corto del parallelogrammo formato, essendo il maggiore 10. che è volte  $1\frac{2}{3}$ . quanto esso minore, & che il duto loro è 60. conuerà, che anco il lato del parallelo grammo deficiente, che ha da essere parte della retta 20. data, sia il lato minore d'esso deficiente, & l'altra parte della retta data sarà un lato del cercato, & l'altro lato, che duto in questo de



parte già detta della retta data posta per il lato minore deficiente, onde il quesito si potrà fare, dicendo Diuidasi 20. in due parti tali, che l'vna (che è il lato del cercato) moltiplicata per volte 1.  $\frac{1}{2}$ . l'altra produca 60. Che posta l'vna 1.  $\frac{1}{2}$ . & l'altra 20. m. 1.  $\frac{1}{2}$ . il duto dell'vna via volte 1.  $\frac{1}{2}$ . l'altra cioè 1.  $\frac{1}{2}$ . via 33  $\frac{1}{2}$ . m. 1.  $\frac{1}{2}$ . +. Onero 1.  $\frac{1}{2}$ . x. via 20. m. 1.  $\frac{1}{2}$ . sarà 33  $\frac{1}{2}$ . x. m. 1.  $\frac{1}{2}$ . z. & è eguale a 60. & però haueremo 20. x. eguali ad 1. z. p. 36. per il che la co. valera 18. ouero 2. & queste saranno le parti del 20. ciascuna delle quali potrà essere vn lato del parallelo gramo cercato, & quello che sta su la retta data, che se vorremo, che sia 18. l'altro sarà quello che nasce a partire 60. per 18. cioè sarà 3  $\frac{1}{3}$ . Et se vorremo, che sia 2. l'altro sarà 30.

Ma se ci seruiremo del 10. lato più lungo del parallelo gramo formato, essendo il minore 6. che è li  $\frac{6}{10}$ . cioè li  $\frac{3}{5}$ . del maggiore, & che il duto loro è 60. conuertra che anco il lato del parallelo gramo deficiente, che ha da essere parte della retta 20. data sia il lato maggiore d'esso deficiente, & l'altra parte della retta data sarà vn lato del cercato, che l'altro lato, quale duto in questo ha da produrre 60. è il lato comune al cercato, & al deficiente, & douera essere li  $\frac{3}{5}$ . di detta parte della retta data posta per il lato maggiore del deficiente, onde il quesito si potrà fare dicendo. Diuidasi 20. in due parti tali, che l'vna (che è il lato del cercato) moltiplicata per li  $\frac{3}{5}$ . dell'altra produca 60. Onde poste esse essere 1. co. & 20. m. 1. co. moltiplicata l'vna via li  $\frac{3}{5}$ . dell'altra produrrà 12. co. m.  $\frac{3}{5}$ . z. il che sarà eguale a 60. & agguagliato haueremo 20. co. eguale ad 1. z. p. 100. per il che la co. valera 10. p. o. & 10. m. o. cioè 10. Onde vna parte sarà 10. & l'altra 10. però qual si vogli delle due mita della data potrà essere vn lato del deficiente, ma il maggiore, essendo l'altro li  $\frac{3}{5}$ . di questo, cioè 6. & però anco li lati del cercato saranno 10. (su la retta data) & 6.

Et quando de i due lati del parallelo gramo formato, l'vno fosse maggiore, & l'altro eguale alla mita della retta data, o vogliamo dire al diametro del mezzo cerchio, che si fa sopra la mita d'essa retta data, noi del maggiore non ci potremmo seruire in modo alcuno, non si potendo egli adattare, o accomodare nel mezzo cerchio, ma ci potremmo ben seruire dell'eguale, & all'hora il problema potria haueria vna risposta sola, & il parallelogrammo formato verria ad essere così il parallelogrammo cercato, come il deficiente, che si accomodaria su la retta data, & l'vn d'essi con vn lato occuparia la mita delle data, & l'altro l'altra mita, che il lato poi a loro comune faria l'altro lato detto maggiore, del parallelogrammo formato. Onde in tal caso copiando il formato su la mita della retta data, egli faria il parallelogrammo cercato.

Et soli lati del parallelogrammo formato fossero eguali fra loro, & ciascun d'essi eguali alla mita della data (cioè che esso parallelogrammo fosse o quadrato, o rombo di lati eguali

li alla mita della data retta) all'hora il problema haueria vna risposta sola, che faria copiando, o trasportando il parallelo formato su l'vna mita della data, & esso faria il cercato, che macaria a compire detta retta data in vn altro parallelogrammo, che si facesse su l'altra mita della data, quale faria eguale simile, & similmente posto ad essere cercato, & però al formato, & all'esemplare.

Et quando i lati del parallelogrammo formato fossero eguali fra loro, cioè che gli fusse pure Quadrato, o Rombo, ma che poi ciascun d'essi lati fusse minore della mita della retta data, perchè all'hora tãto faria pigliare l'vno, come pigliare l'altro, per adattarlo nel mezzo cerchio conosciamo, che il problema haueria solo due risposte, cioè si trouariano due sole rette S. & R. nel modo già imparato, ciascuna delle quali seruiria a comporre su la retta data vn parallelogr. cercato eguale al formato, & mancante a compire essa retta in vn parallelogrammo simile al formato, & però all'esemplare proposto.

Ma all'hora li due parallelogrammi cercati haueriano vna medesima forma, vna medesima lunghezza, & vna medesima larghezza, cioè non solo fariano eguali, ma ancora simili, ancorche l'vno hauesse la lunghezza su la retta data, & l'altra vi hauesse la larghezza, il deficiente poi sarà

no





no bene di diuersa lunghezza, & di diuersa larghezza l'vno a l'altro, & però ineguali fra loro. E se ciascuno delli lati del parallelogr. formato fusse maggiore della mità della retta data (o siano poi essi eguali, o ineguali fra loro) il problema non potrà hauere resolutione alcuna, perche non potressimo accomodare nel mezo cerchio (il diametro del quale ha sempre da essere la mità della retta data) alcun d'essi lati.

Finalmente conosciamo che la conditione quale si ricerca, accioche si possa eseguire il problema è, che douendosi sopra ad vna data retta applicare vn parallelogr. eguale ad vn rettilineo dato, & che manchi a compire la retta data in vn parallelogr. simile ad vn parallelogr. esemplare, o proposto, conuiene che formandosi vn parallelogr. eguale al rettilineo proposto, & simile all'esemplare, conuieni dico, che qualch'vno delli dui lati che contengono vno de gli angoli di questo parallelogr. formato non sia maggiore della mità della retta data, cioè che vno d'essi dui lati di detto parallelogr. sia, o eguale, o minore della mità della retta data, sia poi l'altro de' dui lati d'esso parallelogr. o più corto, o eguale, o più lungo quanto si vogli, facendo essere il rettilineo proposto grande quanto ci piaccia, che questo non ostará alla solutione del problema. Et esso problema nelli casi possibili (cioè quando ciascuno delli dui lati del parallelogr. formato non sia maggiore della mità della retta data) potrà hauere, o vna sola risposta, o due, o tre, o quattro, secondo la conuenienza de' suoi lati alla mità della retta data, come s'è mostrato di sopra.

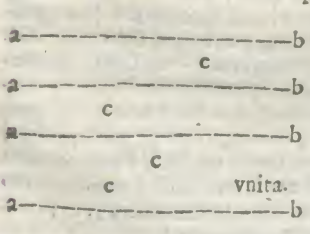
Hora, accioche lo studente vegga, come nelli casi, o domande si adoprono questi Capitoli. & come si operi in linee per risolvere, o rispondere ad essi Casi, o domande, se ne daranno li seguenti esempj, quali sono li istessi che si adoprono per esemplificare li medesimi Capitoli nell'operare in numeri, il che si è fatto accio lo studente vegga la conuenienza che hanno fra loro l'operare in numeri, & l'operare in linee, & si facci esperto in ciascuno d'essi modi.

Diuidasi a b in due parti tali che a moltiplicare la  $\frac{1}{2}$  della prima parte nell' $\frac{1}{2}$  della seconda, facci quanto la prima.

a ———  $\frac{3}{4}$  ——— b ———  $\frac{2}{3}$  ———  $\frac{1}{6}$  ———  $\frac{1}{4}$  ———  
Moltiplicato la  $\frac{1}{2}$  della prima via l' $\frac{1}{2}$  della se-  
conda fa sempre quanto la prima, sia la da diui-  
dere o 30. o 10. o 10, o qual numero maggiore  
di 6. si vogli. E la seconda è sempre 6.

Notifi che a moltiplicare vna linea per vna linea ne risulta vna superficie, parlando secondo l'uso de' Geometri. Onde volendo noi che ne resulti non superficie, ma vna linea, conuiene che il moltiplicante sia vn numero astratto & però all'hora significherà il pigliare vna linea (cioè la da moltiplicare).

re) tante volte quante vnità sono nella linea moltiplicante, & ciò sarà alla vnità, alla moltiplicante, & alla moltiplicanda, trouare la quarta proportionale; onde in questi Casi conuerrà hauernota, o saper trouare la vnità conueniente al quesito, quale dirà. Diuidasi a b. in due parti tali, che a pigliare la mità della prima tante volte quante vnità sono nelli  $\frac{1}{2}$  della seconda sene produca la prima. Onde considerando che a pigliar dunque la mità della prima tante volte quante vnità sono nella seconda deue fare 3. tanti della prima, vedremo che perciò a pigliare intieramente la prima tante volte, quante vnità sono nella seconda farà 6. tanti della prima. E perciò si può dire. Diuidasi a b. in due parti tali che a moltiplicare la prima via la seconda, cioè a pigliare la prima tante volte quante vnità sono nella seconda il prodotto, o composto sia 6. tanti della prima. Onde essendo il composto detto, 6. tanti della prima, questa prima si viene a pigliare 6. volte, & perciò 6. vnità vengono ad essere nella seconda moltiplicante. Perilche douendo sempre essere 6. vnità nella seconda, conosciamo che la seconda



parte si potrà ponere a benepla cito, poiche ciascuna linea si può diuidere in 6. parti (& in quante si vogliono) & così sarà fatta la diuisione, & che perciò la sesta parte della seconda si potrà dire essere la vnità, mediante la quale potremo conoscere quante vnità è tutta la linea a b, & quante vnità sia la prima parte d'essa.

Ma se la vnità ci fusse data, o determinata, & così la a b, saria & maggiore, & minore numero d'vnità, secondo che la vnità data fusse o piccola, o grande, all'hora segnata 6. volte nella b a, cominciando poniamo dal b, & seguendo verso a, & doue si arriuasse segnato c (& perciò conuiene che la vnità data sia tale, che presa 6. volte ella noa arriui alla lunghezza dell'a b) egli saria il punto della diuisione, & la a c, saria la prima parte, essendo c b, la seconda, che così presa la  $\frac{1}{2}$  di a c, l' $\frac{1}{4}$  delle volte che la vnità

Algeb. lin.

entra



entra in  $eb$ , cioè 2. volte (il che faria alla unità, alla  $\frac{1}{2}$  di  $a$ , & all'  $\frac{1}{2}$  della  $c$ , trouare la 4. proportionale) se ne componerà la  $a$ ; perche sia pure la  $a$ , lunga, o corta come occorra, che presa la sua mita 2. volte sempre ne risulterà la istessa  $a$ , Onde vediamo che basta della parte  $b$ , fatta lunga, o corta come si uogli, diuisala in sei parti eguali, pigliare il suo  $\frac{1}{6}$  per unità. E ci accorgiamo che a 6. (preso per  $b$ , seconda parte) giunto qual si vogli numero, o quantità & sarà la  $a$ , presa per prima parte) il composto (& sarà tutta la  $a$  &  $b$ ) sarà diuiso in due parti tali (che saranno  $b$ , la seconda, & l'aggiuntoli la prima) che l'  $\frac{1}{2}$  della prima moltiplicato per l'  $\frac{1}{3}$  della seconda produrrà la prima. Et però anco ci accorgiamo che d'vna quantità come si vogli, & sia presa per  $a$  &  $b$  da diuidere in due parti tali che la  $\frac{1}{2}$  della prima via l'  $\frac{1}{3}$  della seconda produca la prima noi potiamo dire la seconda essere  $b$ , & la prima il resto della quantità; però dicendo. Diuidasi radice cuba  $L$  rad. 96050  $\bar{p}$  40.  $m$  rad. cuba 20.  $\bar{p}$  2. in due parti tali che la  $\frac{1}{2}$  della prima via l'  $\frac{1}{3}$  della seconda produca la prima, noi subito potremo dire, la prima essere rad. cuba  $L$  rad. 96050.  $\bar{p}$  40.  $m$  rad. cuba 20.  $\bar{p}$  2. & la seconda 6: Che l'  $\frac{1}{3}$  di 6. cioè 2, moltiplicato via la  $\frac{1}{2}$  della prima che è quanto pigliare 2. volte la  $\frac{1}{2}$  della prima (& ogni mita presa due volte produce il suo tutto) conuien bene che produchi essa prima di necessità. Et così cō vn questo simile si puo l'huomo accorgere, dandolo a qualche persona, se essa persona è accorta, o di uiuace intelletto, o nō; poiche essend'egli facilissimo, pare molto difficile. Ma per non fare dalla resolutione così apparente quel 6, seconda parte (che nascendo a moltiplicare  $\frac{1}{2}$  via  $\frac{1}{3}$  & produce  $\frac{1}{6}$  questo  $\frac{1}{6}$  mostra la unità essere la  $\frac{1}{6}$  parte della seconda parte, & però ella essere 6. unità) noi potiamo far deriuare quel 6 dal duto di due rotti irrationali, & il primo potrà essere a beneplacito, che l'altro sarà quello che nasce a partire l'  $\frac{1}{6}$  per il primo. Onde se ponremo (hauendo ciaschaduno per hora per numerat. la unità) il primo hauere per denominat. poniamo  $r$ . 6,  $\bar{p}$  2, l'altro hauera per denominat. rad. 54.  $m$ . 6. E si potrà fare il Questo dicendo. Diuidasi rad. cuba  $L$  rad. 96050  $\bar{p}$  40.  $m$  rad. cuba 20.  $\bar{p}$  2. in due parti tali, che quello che nasce a partire la prima per rad. 6.  $\bar{p}$  2. moltiplicato via quello che nasce a partire la seconda per rad. 54.  $m$ . 6. produca a punto la prima. Ouero che quello che nasce a partire la prima per rad. 54.  $m$ . 6. moltiplicato via quello che nasce a partire la seconda per rad. 6.  $\bar{p}$  2. produca a punto la prima (Et è l'istesso, perche di due quantità, tanto si produce a moltiplicare una data parte della prima via vn'altra proposta parte della seconda quanto a moltiplicare la

$\frac{1}{6}$  partasi  $\frac{1}{6}$  Ne viene  $\frac{1}{6}$  rad. 6.  $\bar{p}$  2. Quale si chifi  
 $\frac{1}{6}$  rad. 6.  $\bar{p}$  2.  $\frac{1}{6}$  il suo istef  
 re, accioche esso numeratore doueti 1. & così il nuouo den.  
 sarà quello che nasce a partire 6. den. presente per detto  
 rad. 6.  $\bar{p}$  2. schifatore, cioè sarà rad. 54.  $m$ . 6. & il rotto sarà  
 rad. 54.  $m$ . 6. quale moltiplicato via l'altro rotto  $\frac{1}{6}$   
 produrrà  $\frac{1}{6}$

diuiso poniamo in 12. & 8. tanto produce la  $\frac{1}{2}$  di 12. via l'  $\frac{1}{3}$  d'8. quanto l'  $\frac{1}{3}$  di 12. via l'  $\frac{1}{2}$  d'8.)  
 E noi dalle cose dette conosciamo che a moltiplicare insieme questi due partitori se ne produce sempre la seconda, & che la prima è poi il restante della quantità. Onde dicendosi Diuidasi rad. 65.  $\bar{p}$  7. Ouero 72. in due parti tali che li  $\frac{2}{3}$  della prima moltiplicato via li  $\frac{3}{4}$  della seconda produca la prima. Noi subito moltiplic.  $\frac{2}{3}$  via  $\frac{3}{4}$  che fa  $\frac{1}{2}$  (& q'to sarà in luogo dell'  $\frac{1}{6}$ ) quale  $\frac{1}{2}$  ci significarà che la unità è li  $\frac{1}{2}$  della seconda, cioè che la seconda è  $\frac{2}{3}$  o vogliamo dire 3.  $\bar{p}$  2. però potremo rispon. la prima essere  $r$ . 65.  $\bar{p}$  3. o 68.  $\bar{p}$  2. E la sec. 3. E dicendosi, Diuidasi 3.  $\bar{p}$  5. 7. in due parti tali che il triplo dell'vna moltiplicato via li  $\frac{2}{3}$  dell'altra produca la prima noi similmente subito moltiplicaremo 3. via  $\frac{2}{3}$  & fa  $\frac{2}{3}$ . (& questo  $\frac{2}{3}$  è in luogo dell'  $\frac{1}{6}$ ) qual  $\frac{2}{3}$  ci significarà che la unità è li  $\frac{2}{3}$  della seconda cioè che la seconda è  $\frac{3}{2}$  però potremo rispondere la prima essere 3.  $\bar{p}$  5. 7.  $m$ .  $\frac{5}{6}$  & la seconda  $\frac{5}{6}$







Quantità da diuidere 3.  $\bar{p}$  5. 7.  
 Prima parte 3.  $\bar{p}$  5. 7.  $m$ .  $\frac{5}{6}$ . Seconda  $\frac{5}{6}$ .  
 Il triplo è 9.  $\bar{p}$  15. 7.  $m$ . 2.  $\frac{1}{2}$ . Li  $\frac{2}{3}$  è  $\frac{1}{3}$   
 però il loro prodotto sarà la prima, cioè 3.  $\bar{p}$  5. 7.  
 Ouero  
 prima parte 3.  $\bar{p}$  5. 7.  $m$ .  $\frac{5}{6}$  sec.  $\frac{5}{6}$   
 li  $\frac{2}{3}$  1.  $\bar{p}$  2. 7.  $m$ .  $\frac{1}{3}$  il triplo è 2.  $\frac{1}{2}$   
 però il prodotto sarà 3.  $\bar{p}$  5. 7.  $m$ .  $\frac{5}{6}$  che è la prima.  
 Pigliare li  $\frac{2}{3}$  d'vna quantità e moltiplicarla per  $\frac{1}{3}$ .  
 (che significa pigliarla  $\frac{2}{3}$  di volta) & perciò è equi-  
 lineo



uolente al partirla p  $\frac{5}{2}$ .  
cioè per  $2\frac{1}{2}$  come diffu-  
samète si è mostrato nel  
Trattato dell'Elementi  
Geometrici.

linee si acquisce mirabilmente l'intelletto ad ogni speculatione, poi  
che quello che trattando dell'vna non si auerti, si vede poi vol-  
gendosi all'altra.

E dicendosi, Diuidasi a ————— b, in due parti tali, che il  
prodotto loro sia quanto il quintuplo della prima parte. Potremo  
considerare che a fare il quintuplo d'vna quantità conuiene pi-  
gliarla 5 volte; però conuerà che la seconda parte sia 5. vnità, & la prima il restante, Onde  
posto per seconda parte vn pezzo della linea a beneplacito (*che l'altro pezzo sarà la prima  
parte*) & diuidasi in cinque particelle eguali, ciascuna d'esse cinque particelle sarà la vnità; Et  
a moltiplicare la prima parte dell'a b, per la seconda, cioè a pigliare la prima parte della a b,  
tante volte, quante vnità sono nella seconda (*che vi sono 5. vnità*) questo sarà alla vnità alla  
seconda parte detta, & alla prima trouare la quarta proportionale, che così tal proportione  
sarà dalla prima parte detta, a questa quarta proportionale trouata, quale è dalla vnità alla  
5. seconda parte; per il che la prima quantità sarà contenuta 5. volte nella quarta proportio-  
nale, così come la vnità è contenuta nella 5. seconda parte 5. volte, & però conuerliamete così  
la quarta proportionale sarà quintupla alla prima parte detta della data retta a b, come è la  
seconda parte 5. quintupla alla vnità sua quinta parte. Ma se la vnità ci fusse data, o determi-  
nata in linea (*Et così la a b faria 5. maggior numero di vnità, & minore secondo che la vnità  
fusse o corta o lunga*) all'ora segnata essa linea vnità 5. volte nella b a, cominciando poriamo  
dall'estremo b, & seguendo verso a, & doue si arriuasce segnato c, (*Et perciò conuiene che la  
vnità data sia tale, che presa 5. volte ella non arriui alla lunghezza della data retta a b*) egli  
sarà il punto della diuisione, & la a c, sarà la prima parte, essendo c b, la seconda. Et così pre-  
sa la prima parte a c, tante volte quante vnità sono nella c b, cioè 5. volte, il composto di neces-  
sità faria 5 volte quanto essa a c, sia pure essa a c lunga, o corta come si vogli. Et così in nume-  
ri conosciamo che essendo la data a b, quanto si vogli, la sua seconda parte b c, è sempre 5. &  
la sua prima parte è sempre il restante, si che dicendosi. Diuidasi rad. 96. p. 3. in due parti tali  
che il loro prodotto sia quintuplo alla prima parte. Elle fariano la prima rad. 96. m. 3, & la se-  
conda 5. Et se il prodotto loro douesse essere settemplo alla prima parte. Essa prima parte faria  
rad. 96. m. 4. & la seconda il 7. denominatore del settemplo. E così dell'altre.

E venendo al Quesito, che in numeri dice, Diuidasi 38. in due parti tali, che al quad dell'vna  
giunto 6. facci quanto a moltiplicare l'altra, per la mità dell'vna. Questo riducendolo in linee  
potrà dire. Diuidasi la retta a b data in due parti tali che al quad. dell'vna giunto il rettilineo  
c, proposto (*che è il 6. o altro numero*) la somma sia eguale al rettangolo contenuto dall'altra  
parte, & dalla mità dell'vna. Et per sequire questo problema noi per commodità potremo  
ancora dare vn nome di numero a nostra volontà alla data a b; hor sia che si chiami la a b. 38.  
cioè che ella s'intenda diuidersi con la mente in 38. particelle eguali fra loro, & diamo anco  
vn nome di numero a nostro piacere al rettilineo proposto, & sia che si chiami il rettilineo 6,  
E ponasi come anco si fa operando per numeri, che la prima parte delle due in che si vuol di-  
uidere la a b, sia 1. & cioè vna linea retta, che si chiami linea 1, & sia poniamo — 1 1, & sia quel-  
al quad. della quale si ha da giungere il rettilineo proposto, qual rettilineo prima si riduca a  
forma di quad. per poterlo adoprare, come comporta la regola, qual quad. chiameremo anc'  
egli il quad. 6. & sia il  hora questo giunto al quad. della linea 1, quale si chiamerà 1 1, &  
& sia  faranno  1 1 p. 6. cioè  & questo deue essere eguale al ret-  
tango  lo conte-  
nuto dall'al  tra parte della a b, cioè dalla c b, che  
chia-  
maremo 38. m. 1. & chiaman-  
dola parte a c linea 1) nella mita della  
a c, o linea 1, qual rettangolo sia chiamato 19. 1. m.  $\frac{1}{2}$  1. & hauerà per vn lato la c b. 38. m. 1. &  
& per l'altrola  $\frac{1}{2}$  1. Hora per venire alla equatione, come anco si fece nelli numeri, ponansi li  
1 1, tutti da vna parte, il che hora sarà giungendo l' $\frac{1}{2}$  1, che manca al rettangolo 19. 1. m.  $\frac{1}{2}$  1.  
(per essere libero dal m.  $\frac{1}{2}$  1) a ciascuna parte, & all'ora haueremo da questa banda il rettan-  
golo della totale a b 38. nella 1. & cioè il rettangolo 19. 1. & dall'altra haueremo  $1\frac{1}{2}$  1 p. 6, cioè  
il quad. 1 1, & la mita d'esso, & il quad. 6. il che tutto sarà eguale al rettangolo 19 1: E per  
ridurre ad 1 1, come si fa nelli numeri, conuiene partire ogni cosa per l' $\frac{1}{2}$  numero della 1, il  
che sarà come a dire, se  $1\frac{1}{2}$  douenta 1. che douentara il quad. 6? & il rettangolo 19? O per le-  
uare il rotto. Se 1. douenta 2, che douentara il quad. 6? & il rettangolo 19? & per trouarlo fin-  
geremo a nostro modo vna vnità lineale, & sia — vnità. Et figureremo il 3. & il 1. realmente,  
in linea. & siano — 3. & — 2; poi diremo. Se la retta — 3. douenta — 2. (& quelle con-  
uiene che siano precise 3. vnità, & 2. vnità, & con esse operare diligentemente, come anco cō  
la



la retta data & con il lato del  
tarà il quad. Cioè al quad. 6.  
la — 3. alla — 2. E per  
cata alla proportion de lati loro; trouaremo la media proportionale fra la  
— 2. & fia la — rad. 6. & così dal lato del quad. 6 al lato del quad. che

fatto precise eguale al rettilineo proposto) che douen-  
trouaremo vn conſequente quad. della proportion de  
che ſappiamo che la proportion de q. adrat. è dupli-  
cata alla proportion de lati loro; trouaremo la media proportionale fra la  
— 3. & la —  
— 2. & fia la — rad. 6. & così dal lato del quad. 6 al lato del quad. che

— vnita lineale a caſo o ſinta, con la quale conuiene ope-  
rare diligentemente.

— linea x  
ſolta a benepla-  
cito. con la qua-  
le non occorre  
operare diligen-  
temente col cō-  
paſſo, ma ſolo  
quanto baſti a  
dar ſegno del 2.  
o delli 3. & 4.  
Conuiene bene  
operare diligen-  
temente nell'a-  
doprare la retta  
data doue occor-  
ra, e così il quad.  
fatto precise e  
eguale al rettili-  
neo propoſto &  
il lato d'eſſo qua-  
dr. perche que-  
ſta retta data, &  
lato del quad.  
detto ſono linee  
ſtabili, & inua-  
riabili dateci &  
non ſta a noi a  
porle a caſo, an-  
zi conuiene ado-  
prarle precise co-  
me elle ſono.

a b. retta data ſi  
chiama 38. per  
comodità.

c. Rettilineo p-  
poſto.

c. Quadrato eguale al rettilineo per commodi-  
ta ſi chiama 6

c. r. Lato del quadrato data rad. 4. cioè 2. G

2 D. 6. m. rad. 36.  $\frac{1}{9}$  D b. 3.  $1\frac{2}{3}$  p. rad. 36.  $\frac{1}{9}$

a d.  $1\frac{1}{3}$  p. rad. 36.  $\frac{1}{9}$  d b. 3.  $1\frac{2}{3}$  m. rad. 36.  $\frac{1}{9}$

R 6.  $\frac{1}{3}$  m. rad. 36.  $\frac{1}{9}$

a D 6.  $\frac{1}{3}$  m. rad. 36.  $\frac{1}{9}$  D b 3.  $1\frac{2}{3}$  più rad. 36.  $\frac{1}{9}$

b o. 3.  $\frac{1}{6}$  m. rad. 36.  $\frac{1}{9}$

a d 6.  $\frac{1}{3}$  più rad. 36.  $\frac{1}{9}$  d b. 3.  $1\frac{2}{3}$  m. rad. 36.  $\frac{1}{9}$

b o. 3.  $\frac{1}{6}$  più rad. 36.  $\frac{1}{9}$

— la conſequente nella proportion della 3 — alla 2 — cioè alle 3 — 2 — & a — b

ra la propor-  
tione che è da

— 3 a — ra.

6. (che quan-

do di tre li-

nee rette con-

tinue propor-

zionali ſopra

alla prima, &

ſopra alla ſe-

cō ſa ſono fat-

ti due quadra-

ti, o figure ſi-

mil, & ſimil-

mente poſte,

la propor-

ne della pri-

ma figura al-

la ſeconda è

come dalla

prima linea

alla terza) ho-

ra dunque al

lato del qua-

dr. 6. troua-  
mo vn conſe-

quente nella

proportione

della retta —

— 1. alla —

rad. 6 & ſia la

retta — chi-

amata 2. il

quadr. della

quale, ſara il

quad. cercato

& chiamifi il

quad. 4. & co-

ſi da vna ban-

da haueremo

il rettangolo

12 p 4

che deue

effere eguale 2

queſti, diremo pure Se la — 3. douenta

— 2, che douentara il rettangolo 19. p

quale ha per lunghezza, o per vn lato la da-

ta a b. 38, & per l'altro lato la retta  $1\frac{1}{3}$  p.

ilche noi non variando il lato  $1\frac{1}{3}$  p, ma ſolo

il lato 38. ſapendo che la proportion delli

paralleli equiſogoli che hanno vn'iteſſa al-

tezza è eguale alla proportion delle baſi

loro, noi al 38. a b, preſa per baſe, trouare-



38. trouaremo la quarta proportionale. & sia la  $25\frac{1}{2}$  quale sarà la base, o vogliamo dire vn lato del rettangolo cercato essendo l'altro lato la retta  $\frac{1}{2}x$ . E accioche questo rettangolo di  $x$ , venga comodo a nostro proposito, o vogliamo dire, accioche habbi sempre per vno de lati la linea  $x$ , hora che nel nostro vn lato è solo  $\frac{1}{2}x$ , noi ne formaremo vn'altro eguale a quello, che habbiamo di  $\frac{1}{2}x$ , & di  $25\frac{1}{2}$ . ma tale che habb per vn lato  $1x$ . E perciò, sapendo che i rettangoli eguali hanno i lati reciprocamente proportionali, cioè che nell'vno si troua la prima, & la quarta, & nell'altro la seconda, & terza di quattro quantità proportionali, se ponremo che i lati del nostro  $\frac{1}{2}x$ , &  $25\frac{1}{2}$  siano seconda, & terza, all'hora l'vn lato cognito del da trouarsi, cioè l' $1x$  sarà la prima, onde trouaremo la quarta dicendo, Se la retta  $1x$ , douenta  $\frac{1}{2}x$ , cioè se  $1$ . douenta  $\frac{1}{2}$ , che douenterà  $25\frac{1}{2}$ . E per farlo presa per vnità a beneplacito qual si vogli retta, & fattele rette  $1$ , &  $\frac{1}{2}$ . realmente ponendole per prima, & seconda, & la retta  $25\frac{1}{2}$  per terza, a queste trouaremo la quarta proportionale, & sia la retta  $12\frac{3}{4}$ . quale sarà il lato del nostro rettangolo. che hauerà per l'altro lato suo compagno la linea  $x$ ; per ilche esso rettangolo sarà  $12\frac{3}{4}x$ , poiche è contenuto dal duto della retta  $1x$  nella retta  $12\frac{3}{4}$ . E hora haueremo  $1x$  p  $4$ . eguale a  $12\frac{3}{4}x$ , Cioè il quad. della retta  $x$ , insieme con la superficie, o quad.  $4$ , sarà eguale al rettangolo contenuto dalla retta  $x$ , & dalla retta  $12\frac{3}{4}$ . Onde per trouare il valore della  $x$ , cioè quale è la vera linea  $x$ , (che fin qui habbiamo adoprata una finta) tale che il suo quad. insieme con la superficie, o quad.  $4$ . sia eguale al rettangolo contenuto da essa retta  $x$ , & dalla retta  $12\frac{3}{4}$  quale  $12\frac{3}{4}$  hora per quanto durrà questa operatione del trouare il valore della  $x$  chiamaremo retta data) noi secondo che insegna la regola Geometrica di questo Capitolo d'  $1x$ , & numero eguale a  $x$ , pigliaremo la metà della data  $12\frac{3}{4}$  & dal suo quad. cauaremo la superficie quad.  $4$ , & del restante pigliaremo la rad. cioè trouaremo la potente nella differenza che è dalla superficie quad.  $4$ . al quad. della metà della data  $12\frac{3}{4}$  & il modo sappiamo essere questo, cioè, Fatto vn mezzo cerchio il diametro del quale sia la metà della data in esso da vn'estremo del diametro accomoderemo la potente nella superficie  $4$ . cioè il lato del quad.  $4$ , qual lato è la retta  $1$ . & da doue ella arriua alla circouferenza tirato all'altro estremo del diametro la retta ra.  $36\frac{1}{6}$ . questa sarà la potente nella differenza del quad.  $4$ . al quad. della metà della retta  $12\frac{3}{4}$ , cioè al quad. della retta  $6\frac{1}{2}$ . quale linea rad.  $36\frac{1}{6}$ , giouita & cauata alla retta  $6\frac{1}{2}$ . metà della  $12\frac{3}{4}$ . formerà le due rette  $6\frac{1}{2}$ . p rad.  $36\frac{1}{6}$ . Et  $6\frac{1}{2}$ . m rad.  $36\frac{1}{6}$ . che si sogliono chiamare S, & R, ciascuna delle quali potrà essere il valore della  $x$ , cioè la lunghezza della vera linea  $x$ . Per ilche diuisa la principale data a b  $38$ . in due parti tali che l'vna sia la S, ouero la R, l'altra sarà il restante. Cioè dalla a b, segata la S, ouero la R, per l'vna parte, l'altra sarà il restante. Che se la parte a d, sia la S  $6\frac{1}{2}$ . più rad.  $36\frac{1}{6}$  l'altra parte sarà la d b,  $31\frac{1}{2}$ . m rad.  $36\frac{1}{6}$ . Ma se la parte a d, sia la R,  $6\frac{1}{2}$ . m rad.  $36\frac{1}{6}$  l'altra parte sarà la d b  $31\frac{1}{2}$  più rad.  $36\frac{1}{6}$ . l'altra parte sarà la d b,  $31\frac{1}{2}$ . men rad.  $36\frac{1}{6}$ . E così al quadrato dell'vna parte a d, (ouero a d) giunto la superficie, o quad.  $6$ , proposto, la somma sera eguale al rettangolo contenuto dall'altra parte d b (ouero d b) & dalla metà dell'vna a d (ouero a d)

Il che sensibilmente ancora (hauendo operato bene, & con diligenza si vedrà auuenire, se posta la retta a b, diuisa in a d, & d b, si troui la somma del quadrato fatto su la parte a d, Et quadrato C (che dalla costruzione è quanto il rettilineo proposto C,) & si paragoni al rettangolo d q, fatto dall'altra parte d b, & dalla metà della a d, che vedremo essa somma essere eguale a detto rettangolo; Cioè se trouaremo la potente nella somma de dui quadrati detti, che è la q b, opposta all'angolo retto formato da i dui lati d'essi quadrati; E anco la potente nel rettangolo d q, che è la q b: quali due rette, o potenti q h, & q h, trouandole eguali sapremo che anco è eguale la somma de dui quadrati detti al rettangolo d q. Et il medesimo douerà auenire nell'altra diuisione della retta a b. nelle due parti a d, & d b, che pure la Q H, potente nella somma del quadrato fatto sopra alla parte a d, Et quadrato C (o rettilineo C proposto) si douerà trouare eguale alla Q H, potente nel rettangolo D Q, fatto dall'altra parte d b, & dalla metà della a d.

E se ci fusse parso chiamare la data a b, con il numero di  $30$ , cioè chiamarla retta  $30$ , & il rettilineo proposto, o il quad. a lui formato eguale chiamarlo con qual numero pure ci piace, poniamo col  $24$ . chiamandolo quad.  $24$ . noi seguendo pure nel modo mostrato trouaremo le medesime diuisioni della retta a b.

E venendo al quesito, che dice, Trouisi vn numero, che multiplicato per  $20$ , & il prodotto cauto da  $24$ . & alla rad. del restante giunto  $4$ . facci quanto a multiplicare quel numero per  $6$ . Che trasmutando il nome di numero in linea diria, Trouisi vna linea che multiplicata per  $20$ ,

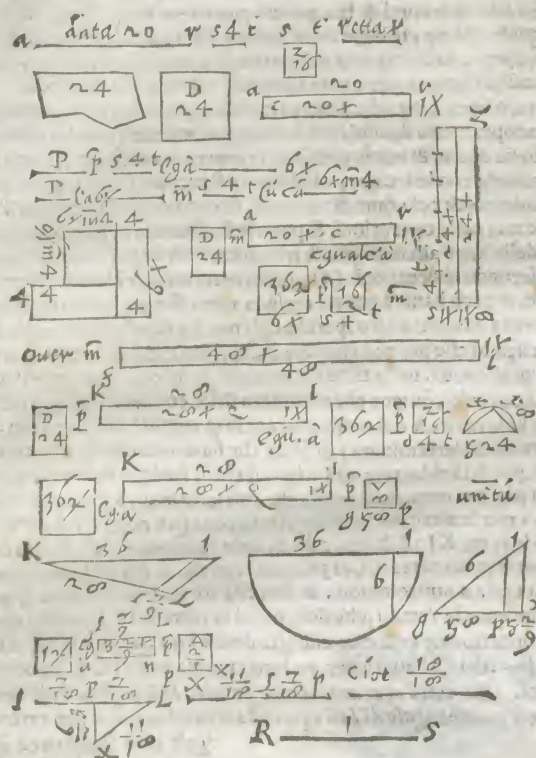
Algeb. lin.

H &









Retta proposta s e 4.

Rettagolo proposto 24

Quadrato D 24. eguale al rettilineo proposto.

Retta 1. cof. posta essere la da trovarsi.

La retta g H è quanto 6. volte la s t però la G I, farà 12. volte quanto la s t, & però si dirà,

ouero m 48. cose.

R.S. 1. vale la cof. & è la retta cercata.

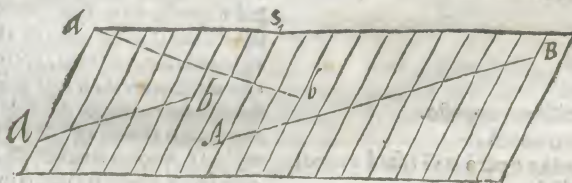
ranno eguali a quello che resulterà dalla seconda, & è solo il quad. 36. z. (Et qui notifi ancora che conuiene realmente leuare il quad. 16. che è il quad. di 4. s. t. retta proposta dalla superficie, o rettilineo proposto 24; il che si fa al solito, cioè formato il quad. eguale al rettilineo 24 sopra al lato d'esso quad. come sopra a diametro faremo vn mezzo Cerchio, & in esso da vno estremo del diametro accomodata la retta s t 4. da doue ella arriua alla circonferenza, all'altro estremo del diametro tiraremo vna retta, & quella farà il lato vero del quad. 8. o la potente nella superficie 8. Auertendo, che in questo caso si suppone che la superficie 24. sia maggiore del quad. di s t 4. che se gli fusse eguale si peruerria al semplice Capitolo di 24. eguale a co. o schifando potiamo dire di cof. eguali a num. E quando la superficie D 24. fusse minore del quad. z. 6. che cofi all'hora conuerria cauare la D 24. dalla Z, si peruerria al Capitolo di z. & numero eguali a co. O vogliamo dire per intiera intelligenza. Notifi che il rettangolo 20 co. è contenuto dalla retta finta 1 co. & dalla 20. vera data, o di determinata lunghezza a f. Et ciascuno delli dui rettangoli 24. cose è contenuto dalla retta 6. cofi finta (che è il sessuplo della 1. cosa finta) & dalla 4. vera, o di determinata lunghezza s t, quale noi chiamiamo retta 4.

per

tangolo C. m 10 cose, dal rettangolo di m 48. co. che è dall'altra parte; E perche hanno per altezza la istessa retta 1 co. si, si cauara il lato 20. dal lato 48. (E questo si potrà fare; supponendosi hora che la retta G I, 48. composta da 12. volte la s t, sia piu lunga della retta a r, 20; che quando la G I, fusse piu corta della retta a r; all'hora, che si cauaria la minore dalla maggiore, si peruerria ad altro Capitolo stando però l'altre cose nell'essere presente. E quando la retta G I, fusse eguale alla retta a r, che cauando l'una dall'altra restaria niente, pure cō la equazione arriuato che vi si fusse, si peruerria ad altro Capitolo.) & resti la retta H I, che chiameremo 18, quale farà vn lato del rettangolo in che l'S I, è maggiore del C essendo l'altro lato la linea cof. & lo chiameremo il rettangolo m 18. cof. Ondè poi haueremo dalla prima banda la superficie. D 24. eguale a quello che è dalla seco da, cioè alla superficie 36 z m il rettangolo 18. cose, più il quad. z 16. E di nouo separando il rettangolo m. 18 cose da ciascuna banda, accio che dalla seconda si leui questo m. haueremo poi dalla prima D 24 p 28 cof. eguale a 36 z p z 16. Ancora leuando da ciascuna parte il quad. o superficie z 16, hauendo dalla prima la superficie 8, con il rettangolo di 28. cof. che fa



per comodità, non perche si sappia che ella sia 4. delle vnità di che fusse 20. la nominata 20. che possono essere 20. & 4. rispetto a diuerse vnità, & la 4. perciò può essere, & più lunga, & più corta a nostro beneplacito, & eguale alla 20, se bene l'vna sempre fusse da noi chiamata 4, & l'altra 20. Nondimeno auuertasi, che per sodisfare alla vista, o vogliamo dire all'occhio, sarà molto comodo che li numeri, quali si daranno per nome alle linee habbino del verisimile, & perciò si potrà hauere vna scaletta, o linea lunga diuisa in particelle eguali, & essa mediante, misurare le rette date, & che si adopraranno dandoli per nomi i numeri che appresso al vero li potranno conuenire. Et questo sia detto, & inteso per sempre, perche noi diamo il nome di numero alle linee in vece di nominarle con le lettere, vedendo così tornarci molto comodo, & perciò anco alle volte le nominiamo, & col nome di numero, & con nome di lettere dell'a, b, c, per maggiormente accomodarci nelle operationi, & poterle facilmente applicare, quelle de numeri alle linee, & quelle delle linee alli numeri, & trasmutarle di linee in numeri, o di numeri in linee a beneplacito, o secondo le occasioni (Onde nel determinare i lati del rettangolo che in fine si chiama 28 cose, & però hauerà per vn verso la retta finita 1. cosa, conten- ben vedere quale è la vera lunghezza dell'altro lato, perche egli non ha da essere vna retta finita, ma vna retta reale, & stabile, essendo che poi per eseguire il Capitolo che haueremo di cen. eguale a cosa, & numero, conuiene al quadr. della metà del numero delle cose. giungere il numero della equatione, & cetera. Et perciò conuiene che il numero delle cose, & il numero della equatione siano, & linea, & superficie reale, & determinata, acciò la risposta del Capitolo, o valore della cosa sia similmente reale, & determinata) Et hora che siamo peruenuti alla equatione di 36. cen. Eguale a 28. cose, più 8, la ridurremo ad 1. cen. il che si farà partendo ciascuna delle tre quantità che habbiamo per 36. num. delli censi, che così la prima 36. cen. partita mentalmente per 36. douenterà 1. cen. le altre due, cioè il rettangolo Q 28 co. & l'V 8. conuiene diuiderli realmente, che anco le rette KI 28, & gp, rad. 8. sono rette reali. Onde quanto al rettangolo Q 28. co. diuideremo la sua retta KI. in 36. parti eguali, & si potrà anco fare facilmente se posta per vnità vna retta a nostro modo, & con essa formatone vn'altra di 36. tanti, diremo poi, Se la retta 36. douenta la retta 1, che douenterà la retta KI? Et così a queste tre rette trouata la quarta proportionale vedremo che ella douenterà, o sarà la retta IL  $\frac{2}{3}$ . & così il rettangolo che sia l' $\frac{1}{3}$  del Q hauerà per vn lato la retta reale IL  $\frac{2}{3}$ , hauendo per l'altro lato, la retta finita 1 col. (Et noti l'operante che in pratica la diuisione delle linee si può fare breuissimamente con vn quadrangolo di lati equidistanti, rettangolo, o non rettangolo, la lunghezza del quale sia diuisa in molte parti eguali da linee equidistanti alle larghezze, che per lunghezza hora s'intende vna delle due linee che contengono vno de suoi quattro angoli, o sia ella la più lunga, o la più corta, che niente importa; & per larghezza s'intende l'altra) & poi su l'vna delle linee della



a b è diuisa in 9. parti eguali.  
A B è diuisa in 10. parti eguali.  
a b è diuisa in 5. parti eguali.

ne a della linea a b, da diuidersi, si vada con l'altro termine b, su vn'altra delle linee della larghezza tanto distante da quella su la quale è fermato il termine a, quanto sono le parti eguali in che si ha da diuidere la a b, & andauo su per detta altra linea della larghezza finche la a b, stia tirata se sarà vn filo o simile, o finche il punto b, si adatti, o tocchi essa altra linea, all' hora vedremo diuisa la a b, nelle parti cercate, come facilmente si scorge dalla figura del margine: Che qui non dirò altro aspettando di mostrare copiosamente in trattato particolare delli varij, & facili modi, con i quali si possono eseguire le occorrenti operationi Geometriche) E quanto al  $\frac{1}{3}$  per pigliarne l' $\frac{1}{3}$ , cioè per trouare il lato d'vn quad. che sia l' $\frac{1}{3}$  di que sto noi  $\frac{1}{3}$  fra la vnità, & 36. rette date, trouaremo la media proportionale, che sarà la  $\frac{1}{3}$  ret  $\frac{1}{3}$  ta 6, & però come da essa 6, alla vnità, così sarà dalla g p rad. 8. lato del qu adr. 8. al lato del quad. che si cerca. Onde diremo se 6. douenta 1. che douenterà g p rad. 8? cioè a qste tre, trouata la quarta proportionale, vedremo che douenterà la p x rad.  $\frac{2}{3}$ . &



33  
 & così il suo quadrato  $A. \frac{7}{9}$  sarà  $\frac{1}{9}$  del quadrato  $V. 9$ . Onde hora finalmenteaueremo  $1. z$  eguale al rettangolo  $B. \frac{7}{9}$  & insieme con il quadrato  $A. \frac{7}{9}$ . Et per trouare il valore della  $x$ , cioè il vero lato  $L. n$  del rettangolo  $B$ . ò vogliamo dire per trouare la vera linea, al rettangolo della quale nella  $I. L$ , gionto il quad.  $A$ . facci tanto, quanto è il quad. d'essa vera linea; noi secondo che insegna il Capitolo diuideremo la  $I. L$  num. delle  $x$ , in due parti eguali, & sia in  $p$ , & al quad. della  $p. L$ , sua mita giongeremo il quad.  $A$ . & della somma pigliaremo la rad. cioè trouaremo la potète nella somma del quad.  $A$ . & del quad. di  $p. L$ , quale sia la  $L. \frac{1}{2}$  & questa giunta alla  $L. p$ , mita detta di  $I. L$ , sia che componga la retta  $R. S. r$ . quale è il valore della  $x$ , cioè e la vera linea che si cercaua, & si posta  $1. x$ . Onde il suo rettangolo nella  $a. r. 20$ . data cauato dal rettangolo  $24$  proposto, & alle potente nella superficie restante, giunto in luogo la retta  $s. t$ , il composto sarà  $6$ . volte, quanto essa retta trouata. Et notifi che anco in linee senza ridurre ad  $1. z$  si può operare nel modo istesso che si faria ne i numeri.

Seguiti hora lo studente da se, ad ampliare la dottrina, che io hò fatto assai (massime in questo mio scomodo infermo, & trauagliato stato) a mostrarli la strada, & durar fatica di accompagnarlo tanto auanti.

*Adopraremo hora il restante di questo foglio al seguente discorso.*





## IN DEI NOME.

DEVS sit illuminatio mea.

*Sia che si vogli procedendo con la dottrina à lume naturale al nostro solito guidati dal Diuino fauore andare inuestigando la Regola nell'Equatione, ò Capitolo di vn cubo, & cose eguali à numero.*



**R**ATTANDOSI di cubo, considereremo, che d'vna linea, ò altra quantità poniamo 10. il suo cubo nasce a moltiplicare essa quantità 10. via il suo quadrato 100. Ma fingasi esso 10. diuiso in due parti poniamo 7. & 3. che così 10. via 10. farà quanto 7. via 7. & 3. via 3. & 3. via 7. & 3. via 7. Cioè 100. sarà quanto 49. 9. 21. 21. Onde seguendo a cubare; 10. via 100. sarà quanto 7. via 100. & 3. via 100; cioè perciò il 1000. sarà quanto 7. via 49. & via 9. & via 21. & via 21. giontoli 3. via 49. & via 9. & via 21. & via 21. Cioe 1000. sarà quanto 343. 63. 147. & 147. 27. 63. 63. Ma di questi 8. prodotti, il 343. (cioe il dutto di 7. in 49. suo quadrato, è il cubato di 7. parte maggiore del 10. & il 27. (cioe il dutto di 3. in 9. suo quadrato) è il cubato di 3. parte minore del 10. Ancora delli tre 147. li dui primi sono il dutto di 3. in 7. moltiplicato via 7. cioè essi 147. sono il dutto di questi tre numeri 3. 7. 7. & il 147. vltimo è il dutto di 7. via 7. moltiplicato via 3. & però anch'egli è il dutto delli medesimi tre numeri 7. 7. 3. Di piu delli tre 63. il primo è il dutto di 3. via 3. moltiplicato via 7. cioè esso 63. è il dutto di questi tre numeri 3. 3. 7. Et li dui 63. vltimi, sono il dutto di 3. via 7. moltiplicato per 3. cioè ciascun d'essi anch'egli è il dutto delli medesimi tre numeri 3. 3. 7. Si vede dunque che 147. è il dutto di 3. via 7. (cioe di 21. dutto delle due parti 7. & 3. del 10.) moltiplicato per 7. prima parte. Et che 63. è il dutto di 3. via 7. pure (cioe del medesimo 21. dutto delle due parti 7. & 3. del 10.) moltiplicato per 3. seconda parte; Onde il composto ò somma di 147. & 63. che fa 210. sarà quanto il dutto di 21. (dutto delle parti 7. & 3.) nella somma ò composto di 7. & 3. cioè in 10. quantità totale diuiso, & perche habbiamo tre 147. & tre 63. haueremo tre 210. cioè tre dutti di 10. nel dutto delle parti 7. & 3. per il che il 1000. cubo del 10. è contenuto, ò composto dal cubo di 7. prima parte, dal cubo di 3. seconda parte, & dal dutto tre volte di 10. totale in 21. dutto delle sue due parti 7. & 3. Et così si conosce che d'ogni quantità diuisa in due parti come si vogli il suo cubo è quanto il composto de i due cubi delle due parti, insieme con tre volte, ò tre solidi fatti ciascun d'essi dal dutto delle due parti, & quantità totale.

Quantità totale 10  
sue parti.  
7. 3.  
10. via 10. è quanto  
7. via 7. che fa 49  
3. via 3. 9  
3. via 7. 21  
3. via 7. 21  
Et questi via 10 & per-  
rò via 7. & via 3. for-  
mano il cubato del 10

49. via 7. che fa 343  
9 63  
21 147  
21 147  
49. via 3. 147  
9 27  
21 63  
21 63  
1000

Questo auertito, si verrà alla inuentione della Regola dell'Equatione d'1. 3. & 1. eguale a numero; Et poniamo d'hauere 1. 3. p. 1. 1. eguale a 4 (che può deriuare da vn quesito che dica; Trouisi vna quantità alla quale gioto il suo cubo, la soma sia 4. onde posto essa quantità essere 1. 1. il suo cubo farà 1. 2. che gionto ad essa 1. 1. la somma è 1. 3. p. 1. 1. ma deue essere 4. però essa somma 1. 3. p. 1. 1. sarà eguale a 4.) Et si finga, ò imagini vna quantità ignota da diuidere (ò diuisa) in due parti delle quali nõdimeno l'vna, & chiamiamola la prima, si suppona nota, & essere quella il cubato della quale è l'1. 3. della Equatione, che così ella farà 1. 1. Supponasi ancora che li 3. solidi eguali fatti ciascun d'essi dal dutto delle due parti moltiplicato nella totale quantità siano l'1. 1. (ò quante 1. esse fossero accompagnate all'1. 3. dell'Equatione, che così vn solo d'essi solidi farà  $\frac{1}{3}$ . 1. per il che è necessario che a moltiplicare la prima parte via la seconda, & il prodotto via la totale quantità se ne produca  $\frac{2}{3}$ . 1.; ma la prima parte è nota essere 1. 1. con che partito il solido  $\frac{1}{3}$ . 1. ne viene  $\frac{1}{3}$ . però questo  $\frac{1}{3}$ . do-uerà essere quello che si produce dalla seconda parte nella quantità totale (che è composta dalla somma delle due parti prima nota 1. 1. & seconda ignota.) Ma per quello che si è concluso nel superiore discor-



difeorfo, il cubo della quantità totale, è quanto il cubato della prima parte, con il cubato (o cubo) della feconda, & tre folidi fatti ciafcun d'effi dal dutto delle due parti moltiplicate nella quantità totale; Onde il cubo della totale quantità farà tanto maggiore del cubo della prima parte, & delli tre folidi, quanto importa il cubo della feconda parte. Quefto auertito fappiamo nella noſtra Equatione, il dutto della feconda parte nella totale quantità douere eſſere  $\frac{1}{4}$ . Et perche il cubo della prima parte è già poſto eſſere  $1. \frac{3}{4}$ , & li 3. folidi eſſere  $1. \frac{1}{4}$  accompagnatali, il che tutto fappiamo che importa 4. (dicendoli  $1. \frac{3}{4} \dot{p} 1. \frac{1}{4}$ , eſſere eguale a 4.) ſe a queſto 4. giungere- mo il cubo della feconda parte, conuerrà che la ſomma ſia quanto il cubo della totale quantità. Perilche conoſciamo che ſe trouaremo due quantità, vna totale, & l'altra ſua parziale tale, che il dutto loro ſia  $\frac{1}{4}$ . & che al cubo della parziale, (che farà poi chiamata feconda parte) giointo 4. (che è quanto a dire  $1. \frac{3}{4} \dot{p} 1. \frac{1}{4}$ ) facci quanto il cubo della quantità totale, all'hora l'altra reſtante parte della quantità totale, farà quella che chiamata prima ſi detto eſſere  $1. \frac{1}{4}$ , & però farà il valore della  $x$ , nella noſtra Equatione; Hora per trouare ſia la quantità totale  $1. \frac{1}{4}$ , con la quale partito  $\frac{1}{4}$  dutto d'effa nella ſua parziale, ne viene  $\frac{1}{4}$  eſimo d' $1. \frac{1}{4}$ , & queſta farà la ſua parziale, o feconda parte, il cubo della quale è  $\frac{1}{64}$  eſimo d' $1. \frac{3}{4}$ , che giointoli il 4. (che è quāto il cubo della prima parte con i tre folidi fatti ciafcun d'effi dal dutto delle due parti, moltiplicato nella quantità totale, dal ſuppoſito) fa  $\frac{1}{4}$  eſimo d' $1. \frac{3}{4}$ , cioè  $\frac{1}{4} \dot{p} 4. \frac{3}{4}$  eſimi d' $1. \frac{3}{4}$ . Et queſta ſomma deue eſſere quanto è  $1. \frac{3}{4}$ , che è il cubo della quantità totale poſta  $1. \frac{1}{4}$ , però habbiamo  $\frac{1}{4} \dot{p} 4. \frac{3}{4}$  eſimi d' $1. \frac{3}{4}$ , eguale ad  $1. \frac{3}{4}$ ; Onde leuando il rotto con moltiplicare ciaſcuna parte, per  $1. \frac{3}{4}$  denominatore d'eſſo rotto, ſi hauerà  $\frac{1}{4} \dot{p} 4. \frac{3}{4}$ , eguale ad  $1. \frac{3}{4}$ . Et perche in queſta Equatione doue ſono due dignità Algebratiche, o Coſtiche, & numero la dignità minore che è  $\frac{1}{4}$ , & rad. quadra della dignità maggiore che è  $\frac{1}{2}$ ; Queſta Equatione farà come ſe haueſſimo  $\frac{1}{4} \dot{p} 4. \frac{3}{4}$ , eguale ad  $1. \frac{3}{4}$ , perilche giungeremo il numero  $\frac{1}{4}$  a 4. quadrato di 2. mità del numero della dignità minore, che è rad. quadra della dignità maggiore, & fa  $4 \frac{1}{4}$  alla rad. quadra del quale ſi giunge il 2. detto mità del numero della dignità, che è rad. quadra dell'altra, & fa radice  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2.$  & queſto è il valore della vnità della dignità minore nell'Equatione, che è rad. quadra dell'altra; cioè è il valore d' $1. \frac{1}{4}$ ; Onde ſe il 3. vale rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$ , che è rad. cuba del 3, valerà la rad. cuba d'eſſa quantità, cioè valerà rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  perilche la quantità totale poſta  $1. \frac{1}{4}$  farà rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$ . Et perche il dutto di queſta quantità totale nella ſua parziale o ſecōda parte, deue eſſere  $\frac{1}{4}$ , noi per trouare eſſa parziale partiremo l' $\frac{1}{4}$  loro prodotto per la rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  quantità totale, che ne viene rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$ . (Et in queſti caſi d'auenimento è ſempre il reſiduo del Binomio moſtrante detta quantità

con rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  ſi parte  $\frac{1}{4}$ . via rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  ſuo reſiduo. prodotto rad. cuba L.  $\frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  cioè  $\frac{1}{4}$  cuba  $\frac{1}{4}$  che è  $\frac{1}{4}$ . & è il partitore ſimplice, col quale partito l' $\frac{1}{4}$  da partire ne viene 1. & queſto moltiplicato via il medefimo reſiduo rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  fa l'ſteſſo reſiduo, cioè  $\frac{1}{4}$  cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  il che è l'auenimento cercato della partitione.

luta della  $x$  è vero che è  $1. \frac{3}{4} \dot{p} 1. \frac{1}{4}$  ſia in ſomma 4, cioè eguale a 4. o vogliamo dire quāto è 4. cioè importi 4. come ſi propone, & però come ſi conuiene, perilche potremo trouare il valore d' $1. \frac{3}{4}$ , che è il cubato del valore della  $x$ , & ſi potrà trouare, moltiplicando il valore della  $x$  in ſe medefimo che ſe ne produrrà il valore del 3, & queſto moltiplicato per il valore della  $x$ , che il prodotto farà il valore del 3. Ouero conoſcendo già che il cubo d'vna quantità ſi può anco trouare, diuidendola in due parti, & moltiplicare il triplo del prodotto d'eſſe due parti via la totale quantità, & al prodotto giungere i dui cubi delle due parti, che la ſomma farà il cubo della quantità totale, noi per trouare il valore del 3, cioè per cubare la quantità detta moſtrante il valore della coſa, noi hangeremo che ella ſia diuiſa in due parti, che ſiano la prima il Binomio, rad. c. L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$ . & la ſeconda il reſiduo che è  $\frac{1}{4}$ , cioè ſia  $\frac{1}{4}$  rad. c. L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  quali moltiplicati inſieme producono  $\frac{1}{4}$  rad. cuba L.  $\frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$ . o vogliamo dire  $\frac{1}{4}$  rad. cuba  $\frac{1}{4}$  che è  $\frac{1}{4}$ . & il ſuo triplo è  $\frac{3}{4}$  rad. cuba L.  $\frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$ . & a queſto giointo i cubi delle due parti, quali dui cubi ſono rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  rad. c. L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  & a queſto giointo i cubi delle due parti, quali dui cubi ſono rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  rad. c. L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  & in tutto fanno 4. (peche da rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  a canarne rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  ſi viene a canarne rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  & a giongerli 2. che canandone rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  reſta il  $\frac{1}{4}$ . & a queſto  $\frac{1}{4}$  giointo

totale, come ſi può conoſcere dall'operatione nel partire, quale auenimento o reſiduo rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  viene ad eſſere detta ſeconda parte, onde cauata dalla totale quantità (che è il Binomio d'eſſo reſiduo) il reſtante farà la prima parte, che ſi poſta eſſere  $1. \frac{1}{4}$ , & per ciò farà il valore della  $x$  nella principale Equatione d' $1. \frac{3}{4} \dot{p} 1. \frac{1}{4}$ , eguale a 4. cioè la  $x$  in eſſa Equatione valerà rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$  rad. cuba L. rad.  $4 \frac{1}{4} \dot{p} 2. \frac{1}{4}$ . Et ſe vorremo chiarircene, potremo vedere ſe con queſta va-

gion-



rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. L.  
 via in rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . m. 2. 7.  
 prodotto in rad. cuba L.  $\frac{1}{2}$ . 7. cioè m.  $\frac{1}{2}$ .  
 il suo triplo è in 1. & quello moltiplicato  
 via la quantità totale produce la istessa  
 quantità totale m. è m.

ba 7. rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. 7. m. rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . m. 2. 7. che è con il 4. giunta cō rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. 7. m. rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . m. 2. 7. che è il valore della cosa, fa a punto, o. cioè niente, perché essendo elle vna istessa quantità, mal' vna p. & l'altra m. elle ambedue nel sommarle insieme vengono ad anichilarsi, come faria a sommare poniamo più 5. con meno 5. che la somma loro è 0. Ma se volessimo trouare il valore del cubo al modo ordinario, cioè cubando al modo ordinario il valore della cosa, noi prima quadraremmo esso valore della cosa, cioè lo moltiplicaremmo in se stesso, che per comodità essendo esso valore della cosa, composto d'vn Binomio, & d'vn residuo; di esse due parti chiamaremo A. il Binomio, & B. il residuo, & Q. la quantità totale; Onde il quadrato di Q. sarà composto di 4. parziali moltiplicazioni, che si riducono in tre parziali prodotti, & sono il quadrato di A. il quadrato di B. & il dutto di A. in B. due volte. Questi tre prodotti mò per cubare la quantità totale Q. conuertra moltiplicare per la istessa quantità Q. cioè per ciascuna delle due parti d'essa; che sono A. & B. che se ne faranno 6. parziali prodotti. Onde moltiplicando A. nel quadrato di A. se ne produce il cubo di A. & è rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. Et moltiplicando A. nel doppio del dutto di A. in B. cioè in m.  $\frac{1}{2}$ . (che il dutto di A. in B. è m.  $\frac{1}{2}$ . & il doppio d'esso dutto è m.  $\frac{1}{2}$ .) farà A. volte m.  $\frac{1}{2}$ . Et anco moltiplicando A. via il quadrato di B. farà

A. B.  
 rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. 7. meno rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2. 7.

quadrato di A. meno  $\frac{1}{2}$ . quadrato di B.

cubo di A. cioè rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. A. volte meno  $\frac{1}{2}$ . quadrato di B. via A.  
 cioè B. volte meno  $\frac{1}{2}$ .

quadrato di A. via B. B. volte meno  $\frac{1}{2}$ . meno (rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2. cubo) di B.

cioè A. volte meno  $\frac{1}{2}$ .

cioè rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. (meno rad.  $4\frac{1}{2}$ .) ò vogliamo dire

rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. meno rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. che in tutto è 4.

Et A. volte meno 1. cioè meno rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . più 2. 7.

Et B. volte meno 1. cioè più rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . più 2. 7.

Cioè 4. meno rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. 7. meno 2. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . m. 2. 7. è il valore del cubo.

Et rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . p. 2. 7. meno 2. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . m. 2. 7. è il valore d'1. cosa.

Però 4. e la somma, cioè 1. 3 più 1. cosa vale, ò vogliamo dire 4. come conuiene, però siamo sicuri il valore della cosa essere il sopradetto.

il dutto di A. nel quadrato di B. ma il quadrato di B. è composto dal B. in B. onde il quadrato di B. in A. farà composto. ò contenuto da B. B. A. ma B. in A. produce meno  $\frac{1}{2}$ . però quello meno  $\frac{1}{2}$ . via B. farà B. volte meno  $\frac{1}{2}$ . Et così sono espediti i tre prodotti parziali dell'A. Et seguendo altri 3. prodotti da farsi dal B. esso B. nel quad. di B. fa il cubo di B. cioè fa rad.  $4\frac{1}{2}$ . m. 2. Ancora B. in m.  $\frac{1}{2}$ . fa B. volte m.  $\frac{1}{2}$ . Et moltiplicando B. nel quad. drato A. cioè nel dutto di A. in A. se ne produce il solido di questi tre B. A. A. che è quanto a dire il dutto di B. in A. (qual dutto è meno  $\frac{1}{2}$ .) via A. cioè moltiplicando B. nel quadrato di A. se ne produce A. volte meno  $\frac{1}{2}$ . Et così habbiamo li 6. prodotti parziali, fra i quali vao d'essi contiene A. volte meno  $\frac{1}{2}$ . & vn'altro contiene il medesimo A. volte meno  $\frac{1}{2}$ . quali dui dunque contengono A. volte meno 1. cioè importano quanto nasce a moltiplicare A. via meno 1. che fa meno rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . più 2. 7. Ancora fra i quattro prodotti parziali che rimangono delli 6. vno d'essi contiene B. volte meno  $\frac{1}{2}$ . & vn'altro contiene il medesimo B. volte meno  $\frac{1}{2}$ . per ilche la somma d'ambedui contiene esso B. volte meno 1. cioè viene ad essere il dutto di B. via meno 1. cioè di meno rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2. 7. via meno 1. il qual dutto è rad. cuba L. rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2. 7. (& è più; perché meno via meno produce più.) Ancora li dui restanti prodotti delli 6. parziali, che sono il cubo di A. & il cubo di B. cioè rad.  $4\frac{1}{2}$ . più 2. & meno rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2. giunti insieme fanno 4. per ilche habbiamo ridotti



dotti essi 6. parziali prodotti in soli tre, quali giointi insieme fanno 4. meno rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . piu 2.7. piu rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2.7. il che è quello che nasce a cubare il valore della cosa, & però è il valore d'1.3. quale giointo al valore d'1. cosa, cioè rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . piu 2.7. meno rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2.7. fa a punto 4. come conuiene.

Et se di sopra nel trouare due quantità vna totale, & l'altra sua parziale tali, che il dutto loro sia  $\frac{1}{4}$ . & che al 3. della parziale giointo 4. la soma sia quanto il 3. della quantità totale, noi haueffimo posto, che non la quantità totale, ma la sua parziale sia 1. co. con la quale partito  $\frac{1}{4}$ . prodotto d'essa parziale nella totale, ne viene  $\frac{1}{4}$ . efimo d'1. cosa, questo faria la totale, al cubo della quale, che è  $\frac{1}{2}$ . efimo d'1.3. faria eguale 1.3. piu 4. che è composto da 4. dato, & da 1.3. cubato della parziale 1. cosa, per il che essendo peruenuti alla Equatione; leuando il rotto co' multiplicare ciz scuna parte per 1.3. suo denominatore haueremo  $\frac{1}{2}$ . eguale a 1.6. piu 4.3. Che è simile ad 1.3. piu 4. cose eguale a  $\frac{1}{2}$ . però a 4. quadrato di 2. mita di 4. numero della dignità minore giointo il numero della Equatione fa  $4\frac{1}{2}$ . dalla rad. del quale cauato 2. mita del 4. detto resta rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2. per il valore della vnità della dignità minore & però dell'1.3. onde la cosa, che è rad. cuba del 3, valerà la rad. cuba del valore del 3, cioè valea rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2.7. & questa sarà la quantità parziale posta 1. cosa con la quale partito  $\frac{1}{4}$ . prodotto d'essa parziale nella totale, l'auenimento rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . piu 2.7. (& è sempre in questi casi il Binomio di detto residuo partitore) sarà la quantità totale dalla quale cauata detta parte che è la seconda resterà la prima, cioè il valore della cosa nella prima Equatione d'1.3. piu 1. cosa eguale a 4. però esso valore della cosa sarà rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . piu 2.7. meno rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2.7. alla quale giointo il suo cubo che è 4. piu rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . meno 2.7. meno rad. cuba L rad.  $4\frac{1}{2}$ . piu 2.7. la somma che è 4. sarà il valore d'1.3. piu 1. cosa come è necessario.

Et se haueremo 1.3. piu 3. co. eguale a 4. noi per trouare il valore della co. potremo operare nel modo veduto di sopra. Cioè pigliando l' $\frac{1}{4}$ . di 3. numero delle co. che è 1. questo ci mostra, che il dutto della quantità totale via la sua parte delle due che si chiama seconda, deue essere 1. (supponendo che la prima parte sia la rad. cuba dell'1.3. cioè sia 1. co.) onde douendo trouare la quantità totale, & la parziale, potiamo ponere che l'vna d'esse sia 1. co. & sia la totale (che così peruerremo ad Equatione d'1.6. eguale a 3. & numero. Che se ponesimo non la quantità totale ma la parziale essere 1. co. all'hora si peruerria ad Equatione d'1.6. & 3. eguale a numero) con la quale partito l'1. dutto d'essa totale nella parziale ne viene 1. efimo d'1. co. per la parziale o seconda parte, il cubo della quale, cioè 1. efimo d'1.3. giointo a 4. equiuale dal supposito ad 1.3. piu 3. co. che rappresentano il cubo della prima parte, & li 3. solidi) fa 1. efimo d'1.3. piu 4. Et questo (che rappresenta il cubato, o cubo della quantità totale) sarà eguale ad 1.3. cubato d'1. co. posta essere la quantità totale; onde per leuare il rotto multiplicando ogni cosa per 1.3. denominatore d'esso li hauerà 1. piu 4.3. eguale ad 1.6. (che è simile ad 1.3. piu 4. co. eguale ad 1.3.) però giointo 1. numero della Equatione a 4. quadrato di 2. mita di 4. numero della dignità minore fa 5. alla rad. dal quale che è rad. 5. giointo 2. mita detta del 4. numero della dignità minore resta rad. 5. piu 2. & questo è il valore della vnità della dignità minore, cioè è il valore del 3, però la cosa che è rad. cuba del 3, valerà rad. cuba L rad. 5. piu 2.7. che è la quantità totale posta 1. co. con la quale partito 1. che s'è veduto essere il dutto d'essa nella seconda sua parte, ne viene rad. cuba L rad. 5. meno 2.7. [che è sempre il suo residuo, perche questo 1. che si parte è sempre il dutto del Binomio nel suo residuo, poiche la differenza del quadrato del numero, & del quadrato della rad. cioè di rad. 5. & di 2. quali quadrati sono 4. & 5. è sempre l'istesso 1. detto] per detta sua seconda parte quale cauata dalla quantità totale, cioè dal Binomio rad. cuba L rad. 5. piu 2.7. il restate cioè rad. cuba L rad. 5. piu 2.7. meno rad. cuba L rad. 5. meno 2.7. sarà la prima parte, che è il valore della co. nella principale Equatione d'1.3. piu 3. co. eguale a 4. Et se haueffimo posto non la quantità totale, ma la parziale essere 1. co. all'hora con essa partito 1. dutto d'essa nella totale, che ne viene 1. efimo d'1. co. questo faria la totale, & il cubo della parziale 1. co. faria 1.3. al quale giointo il 4. fa 1. cubo piu 4. che faria eguale al cubo della totale, cioè a 1. efimo d'vn cubo. Onde leuato il rotto multiplicando per il denominatore d'vn cubo, haueremo 1.6. piu 4. cubi eguale ad 1. [che è simile ad 1.3. piu 4. cose eguale ad 1.7. però giointo 1. numero della Equatione a 4. quadrato di 2. mita di 4. numero della dignità minore fa 5. dalla rad. del quale cauato 2. mita detta del numero della dignità minore resta rad. 5. meno 2. & questo è il valore della vnità della dignità minore, cioè è il valore del cubo, però la cosa [che è sua rad. cuba] valerà rad. cuba L rad. 5. meno 2.7. & questo è la quantità parziale posta 1. cosa con la quale partito l'1. che si è veduto douere essere il dutto d'essa nella quantità totale ne viene radice cuba L rad. 5. piu 2.7. [che è sempre il suo Binomio] per la quantità totale; onde cauata la sua parziale, che è il residuo rad. cuba L rad. 5. meno 2.7. il restate rad. cuba L rad. 5. piu 2.7. me-



qn rad. c. L rad. 5. m 2. 7. farà la prima parte, che è il valore della  $x$ , nella nostra principale Equatione d'  $1.3. \bar{p} 3. x$  eguale a 4.

Dal sopradetto discorso si conosce che l'Equatione d'  $1.3. \bar{p} x$  eguale a numero si può trasformare in Equatione d'  $1.6$  eguale a 3, & numero. Et però in Equatione d'  $1.3$  eguale a  $x$ , & numero. Et anco si può trasformare in Equatione d'  $1.6$ , &  $3$  eguale a numero. Et però in Equatione d'  $1.3$ , &  $x$  eguale a numero, Capitoli, o Equationi, che hanno vna sola valuta della  $x$  come conuiene, che haabi al Capitolo, o Equatione d'  $1.3. \bar{p} x$  eguale a numero, che solo quando la dignità maggiore è con il numero della Equatione, & che perciò la dignità minore e da se; la  $x$  ha due valute, o eguali, o ineguali come si mostrò nell'Equatione d'  $1.3$ , & numero eguale a cose.

Per dare mò la regola a questa Equatione d'  $1.3. \bar{p} x$  eguale a numero pigliando per comodità vna delle sopraposte due Equationi poniamo la seconda doue si propone  $1.3. \bar{p} 3. x$  eguale a 4. Vediamo che trasformandosi in Equatione d'  $1.6$   $\bar{p} 4.3$  eguale ad 1. Ouero in Equatione d'  $1.6$  eguale a 4.  $3 \bar{p} 1$ . In qual si vogli de' dui modi l'1. numero del 6 è il medesimo che è l'1. numero dell'1.3, al quale si intende sempre essere ridotta l'Equatione proposta: Et il 4. numero dell'3 è sempre l'istesso 4. che è numero dell'Equatione nella proposta. Et l'1. numero è sempre il cubo della terza parte del 3. numero delle  $x$  nella Equatione proposta. Perche poi hauendo 1.6 eguale a 4.  $3 \bar{p} 1$ . Al quadrato di 2. mità del 4. numero delli 3, (& però si può dire al quadrato di 2. mità del 4. numero dell'Equatione proposta) si giunge 1. numero dell'Equatione, (& però si può dire si giunge 1. che è il cubo d'1. terza parte del numero delle  $x$  nell'Equatione proposta,) & della somma 5. si piglia la rad. che è rad. 5. alla quale si giugie il 2. mità del numero delli cubi (cioe mità del numero della Equatione proposta d'  $1.3. \bar{p} 3. x$  eguale a 4.) quando però si hà 1.6  $\bar{p} 4.3$  eguale ad 1. ouero dalla quale rad. 5. si caua il 2. detto & della somma presa la rad. cuba, & anco del restante prefane la rad. cuba, & cauata questa di quella; quello che rimane è il valore della  $x$  nella Equatione d'  $1.3. \bar{p} 3. x$  eguale a 4. Cioe.

Quando 1.3, &  $x$  sono eguali a numero. Al cubato del terzo del numero delle  $x$ , si giunga il quadrato della mità del numero, & della rad. della somma, si giunga, & caui la mità del numero della Equatione, & di ciascuno delli dui risultanti si pigli la rad. cuba, & poi si caui la minore dalla maggiore, che il rimanente farà il valore della  $x$  nella Equatione proposta.

Per esempio, Proponendosi  $5.3 \bar{p} 45$  eguale a 130 che ridotto ad  $1.3$  farà  $1.3 \bar{p} 9. x$  eguale a 26. Per trouare il valore della  $x$ . Preso l'  $\frac{1}{3}$  del numero delle  $x$ , che è 3. si cubi, & fa 27 al quale si giunga il quadrato di 13. mità di 26. numero della Equatione, qual quadrato è 169. & fa 196, del che si pigli la rad. che è 14. al quale si giunga, & caui il 13. detto mità di 26. numero della Equatione, & ne risultano 27 & 1. di ciascuno de' quali si pigli la rad. cuba, & sono 3. & 1. Et hora si caui l'1. minore dal 3. maggiore, & resta 2. qual 2. è il valore della  $x$  nella Equatione d'  $1.3 \bar{p} 9. x$  eguale a 26. o vogliamo dire, (& risulta l'istesso nella Equatione di  $5.3 \bar{p} 45$ , eguale a 130, che il 3. vale 8. & le 9.  $x$  vagliono 18. quale con l'8. fa 26. ouero li 5.3 vagliono 40. & le 45.  $x$  vagliono 90. che con il 40. fa 130.

Si può mò auertire, che quando  $1.3 \bar{p} 3. x$  è eguale a 4. la  $x$  vale 1. perche l'1.3 valerà 1. & le 3.  $x$  valeranno 3. che giunti insieme fanno 4. Ma noi trouassimo che la medesima  $x$  vale rad. cuba L rad. 5.  $\bar{p} 2.7$  m rad. cuba L rad. 5. m 2. 7. però è necessario che questa quantità importi o sia quanto 1. cioe che a cauare il residuo rad cuba L rad. 5. m 2. 7. dal Binomio rad. cuba L rad. 5. piu 2. 7. il restante sia 1. Perche in questa Equatione la cosa non può hauere se non vna precise valuta, (come auuene in tutte le Equationi doue quante si vogliino dignità sono eguale a solo numero astratto, o vogliamo dire libero da denominatione di dignità Algebratica) che se la  $x$  dicesse valere più o manco d'1. all' hora la somma delle valute d'  $1.3$ , &  $3. x$ , faria piu, o manco di 4. il che faria inconueniente poiche si pone, che  $1.3 \bar{p} 3. x$  vagliono o siano eguali a 4. precise. E dunque necessario che essi dui Binomij, & residuo siano cubi, cioe che habbino rad. cuba, & tali, che cauata la rad. cuba del residuo dalla rad. cuba del Binomio resti 1. che è valore della  $x$ , perche hora ci ingegnaremo procedendo pure con la scorta del lume naturale di andar trouando il modo di conoscere se il dato Binomio sia residuo & cubo, cioe se habbi rad. cu. & hauendola quale ella sia, & come si troui. Il che fatto (come nel suo particular trattato si è mostrato) sapremo che di rad. 5.  $\bar{p} 2.$  la rad. cuba è rad.  $1\frac{1}{4} \bar{p} \frac{1}{2}$ . Et di rad. 5. m 2. (residuo del Binomio rad 5.  $\bar{p} 2.$ ) la sua rad. cuba farà rad.  $1\frac{1}{4} \bar{m} \frac{1}{2}$ . (residuo similmente del Binomio rad.  $1\frac{1}{4} \bar{p} \frac{1}{2}$ . che è rad. cuba del Binomio rad. 5.  $\bar{p} 2.$ ) Onde da rad.  $1\frac{1}{4} \bar{p} \frac{1}{2}$ . cauato il suo residuo rad.  $1\frac{1}{4} \bar{m} \frac{1}{2}$ . resta 1. quale 1. è il valore della cosa.

Per trouare la rad. cuba di rad. 5.  $\bar{p} 2.$  Si caua il quadrato di 2. dal quadrato di rad. 5. & resta 1. che è numero cubo, la rad. cuba del quale è 1. & però esso Binomio douendo essere Binomio cubo hauerà per sua rad. cuba vn Binomio come lui composto di rad. & numero, & il quadrato della rad.



Cubiff  
 $\text{rad. } 1 \frac{1}{2} \text{ .piu } \frac{1}{2}$   
 $\text{rad. } 1 \frac{1}{2} \text{ .piu } \frac{1}{2}$   
 $1 \frac{1}{2} \text{ .piu rad. } 1 \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2} \text{ .piu rad. } 1 \frac{1}{2}$   
 $2 \text{ .piu rad. } 5$   
 fa  $\text{rad. } 5 \text{ .piu } 2$

rad. farà 1. piu del quadrato del numero, quale 1. è la rad. cuba dell'1. differenza de' quadrati di rad. 5. & 2. Ma quando il Binomio di che si piglia la rad. cuba è di numeri intieri, ancora le due quantità, che formano la sua rad. cuba sono di numeri intieri; Ouero non essendo intieri il numero rationale farà rotto, ma d'  $\frac{1}{2}$ . ò di intiero con rotto, che sia  $\frac{1}{2}$ . (che i Binomij cubi di numeri intieri, non possono deriuare da cubare Binomij, il numero rationale de' quali sia altro che intiero, ò rotto d'  $\frac{1}{2}$ . ò accompagnato con rotto, che non sia altro che  $\frac{1}{2}$ .) però

qui il numero se fusse 1. la rad. faria rad. 2. onde hauereffimo rad. 2. piu 1. il cubato di che si vede, che passaria rad. 5. piu 2. perche il solo suo quadrato è 3. piu rad. 8. conuien dunque che il numero rationale sia manco d'1. onde non potrà essere altro che  $\frac{1}{2}$ . il quadrato del quale è  $\frac{1}{4}$ . al quale giunto l'1. (che è rad. cuba dell'1. differenza de' quadrati di rad. 5. & 2.) fa  $1 \frac{1}{4}$ . & questo sarà il numero della rad. onde haueremo rad.  $1 \frac{1}{4}$ . piu  $\frac{1}{2}$ . il che vedremo se cubato facci rad. 5. piu 2. ma lo fa però è la rad. cuba di rad. 5. piu 2.

Propolto questo Binomio rad. 128. piu 8. da trouarne la rad. cuba; Perche i quadrati delle sue due parti sono differenti in 64 che hà 4. per rad. cuba; perciò la rad. cuba di rad. 128. piu 8. se egli l'habbia douerà essere vn Binomio contenuto anch'egli da rad. & numero. li quadrati delle due parti del quale siano differenti nel 4. numero rationale, che è la rad. cuba del 64. per il che esso Binomio doueria essere rad. 5. piu 1. ma è troppo; Ouero dunque doueria essere rad.  $4 \frac{1}{4}$ . piu  $\frac{1}{2}$ . che è poco, però si dirà esso Binomio rad. 128. piu 8. non essere cubo.

Ancora preso rad. 2. piu 1. che è l'ottauo di 128. piu 8. perciò la rad. cuba di rad. 2. piu 1. doueria essere la metà della rad. cuba di rad. 128. piu 8. che  $\frac{1}{2}$ . è la radice cuba d'  $\frac{1}{8}$ . Onde le due quantità di rad. & numero continenti la rad. cuba di rad. 128. piu 8. doueriano hauere numeri intieri, poiche egli è ottuplo a rad. 2. piu 1. Binomio di numeri intieri, il quale haueria lui fortì il rotto di  $\frac{1}{2}$ . nella sua rad. cuba.) ma alcun numero intiero, & rad. non si troua che gionti insieme il cubato del lor composto sia rad. 128. piu 8. però esso rad. 128. piu 8. non è Binomio cubo; Et si può notare per facilitare il modo di conoscere se vn Binomio habbi rad. cuba, & hauendola quale ella sia, che preso per essempio il sopradetto rad. 128. piu 8. che egli significa ò importa quasi  $11 \frac{7}{8}$ . cioè quasi  $19 \frac{7}{8}$ . però la sua rad. cuba non potrà arriuare a  $2 \frac{3}{4}$ . se bene passerà  $2 \frac{3}{4}$ . cioè sarà fra  $2 \frac{1}{4}$ . &  $2 \frac{3}{4}$ . onde couerrà che il Binomio che deua essere sua rad. cuba sia di valore fra  $2 \frac{1}{4}$ . &  $2 \frac{3}{4}$ . con tal conditione che il quadrato della maggior parte superi nell'1. piu detto, il quadrato della minore.

Hauendo 1. cubo piu 15. 7. eguale a rad. 2646. Per trouare il valore della 7, noi secondo che insegna la regola, pigliaremo la terza parte di 15. numero delle 7, che è 5. & la cubaremo, & fa 125. Ancora pigliaremo la metà di rad. 2646. numero della Equatione, che è rad. 661  $\frac{1}{2}$ . & la quadraremo, & fa 661  $\frac{1}{2}$ . quale giungeremo al 125. sopradetto (cubo dell'  $\frac{1}{2}$ . del numero delle cose) & fa 786  $\frac{1}{2}$ . alla rad. quadra del quale, che è rad. 786  $\frac{1}{2}$ . giungeremo, & cauaremo la rad. 661  $\frac{1}{2}$ . metà del numero della Equatione, & ne resultano rad. 786  $\frac{1}{2}$ . piu rad. 661  $\frac{1}{2}$ . Et rad. 786  $\frac{1}{2}$ . in rad. 661  $\frac{1}{2}$ . Di ciascuno de' quali dui resultanti (Binomio cioè, & residuo, si piglia la rad. cuba, & poi si caua la minore dalla maggiore (cioè la rad. cuba del residuo si caua dalla rad. cuba del Binomio, & il restante sarà il valore della cosa).

Per pigliare la rad. cuba della quantità rad. 786  $\frac{1}{2}$ . piu rad. 661  $\frac{1}{2}$ . ò vogliamo nominarla Binomio A. noi acciò se ne leui il rotto la potremo moltiplicare per 8. cubo di 2, ò piu breuemente per rad. 8. cubo di rad. 2. & si hauerà rad. 6292. piu rad. 5292. Binomio B. di intieri, che perciò la rad. cuba d'esso sarà di intieri, ò di rotti con  $\frac{1}{2}$ . perche ciascuno de' suoi dui intieri 6282. & 5292. è paro. Et venendo alla operatione cauaremo il quadrato di rad. 5292. minore dal quadrato di rad. 6292. maggiore, & resta 1000. la rad. cuba del quale è 10; Che se adoprassimo le due parti del Binomio A. a canare il quadrato di rad. 661  $\frac{1}{2}$ . dal quadrato di rad. 786  $\frac{1}{2}$ . resta 125. numero cubo (che ci dette inditio esso Binomio A. noe essere impossibile che fusse cubo, cioè che forsi sarebbe cubo) la rad. cuba del quale è 5. qual 5. moltiplicato per 2. quadrato di rad. 2. che è rad. cuba di rad. 8. con la quale si è moltiplicato il Binomio A. per ridurlo al B. fa 10. & questo 10. è la rad. cuba del 1000. differenza de' quadrati delle parti del Binomio B. Et il 1000. è il prodotto, che nasce a moltiplicare il 125. differenza de' quadrati delle due parti del Binomio A. via 8. quadrato della rad. 8. con la quale si moltiplicò A. per ridurlo al B. questo 10. ci mostra che i quadrati delle due parti del Binomio C. che hà da essere rad. cuba del B. deouono essere fra loro differenti in 10. Et perche esso Binomio B. significa manco di 80. piu 73. cioè manco di 153. la rad. cuba del quale è manco di 6. (anzi manco di  $5 \frac{1}{2}$ .) & poco piu di  $5 \frac{1}{4}$ . conuerrà che la somma d'esse due parti del C. (che hanno ad essere due rad. quadre, perche il Binomio B. è di due rad. quadre)

sia



fia poco piu di 5. (ò vogliamo dire poco piu di  $5\frac{1}{2}$ . non arriuando a  $5\frac{1}{2}$ .) Onde preso rad. 17. piu rad. 7. faria troppo perche è piu di 6. Et rad. 16. piu rad. 6. non conuiene, perche rad. 16. è numero rationale, cioè 4. & non rad. (orda, oltre che è troppo essendo piu di 6. Ancora rad. 15. piu rad. 5. è troppo, perche è circa a 6. Ne rad. 14. per rad. 4. è buono perche rad. 4. è 2. & non rad. (orda; Onde preso rad. 13. piu rad. 3. che potria essere al proposito quãto al valore vedremo quale sia il suo cubo; Che di rad. 3. parte minore il quadrato è 3. quale gionto a 39. triplo del quadrato di rad. 13. parte maggiore fa 42. & questo multiplicato via rad. 3. detta (cioè rad. 1764. via  $\frac{1}{2}$  3.) fa rad. 529. per la parte minore del cubo di rad. 13. piu rad. 3. ma questo è a punto la radice 529. parte minore del Binomio B però egli è Binomio cubo, & la sua  $\frac{1}{2}$  cuba è il preso rad. 13. p. rad. 3. Questo mò conuien partire per rad. 2. che è la rad. cuba di rad. 8. con la quale si multiplicò il Binomio A. per ridurlo al B. & ne viene rad.  $6\frac{1}{2}$ . piu rad.  $1\frac{1}{2}$ . che è la rad. cuba di rad. 786  $\frac{1}{2}$ . piu rad. 661  $\frac{1}{2}$ .

(Ancora senza multiplicare l'A. per rad. 8. noi adoprando l'istesso A. che vediamo esser composto da due rad. doue il rotto è  $\frac{1}{2}$ . conosciamo che anco nel Binomio C. che deua essere sua rad. cuba, è necessario che sia rotto, ma che non può essere altro che  $\frac{1}{2}$ . Et perche li quadrati delle due parti dell'A. sono differenti in 125. cubo di 5. cioè che hà per rad. cuba 5. sappiamo che i quadrati delle due rad. che formino il Binomio C. deuno essere differenti in 5. & perche l'A. significa, ò vale circa a 28. piu 26. cioè circa a 54. la rad. cuba del quale non arriua a 4. sapremo che il valore del Binomio C. non deue arriuare a 4. Onde preso poniamo rad. 7  $\frac{1}{2}$ . piu rad. 2  $\frac{1}{2}$ . i quadrati delle parti del quale sono differenti in 5. come bisogna, vediamo che egli è piu di 4. però è troppo; Et preso rad. 5  $\frac{1}{2}$ . piu rad.  $\frac{1}{2}$ . faria poco, che è molto minore di 4. Onde siamo sicuri che se il Binomio A. deua hauere rad. cuba, ella douerà essere rad.  $6\frac{1}{2}$ . piu rad.  $1\frac{1}{2}$ . Hora del Binomio A. rad. 786  $\frac{1}{2}$ . piu rad. 661  $\frac{1}{2}$ . la sua rad. cuba essendo rad.  $6\frac{1}{2}$ . piu rad.  $1\frac{1}{2}$ . sapremo che del residuo A. & 786  $\frac{1}{2}$ . m. rad. 661  $\frac{1}{2}$ . la sua rad. cuba sarà il residuo C. rad.  $6\frac{1}{2}$ . m. rad.  $1\frac{1}{2}$ . quale cauato dal Binomio C. rad.  $6\frac{1}{2}$ . piu rad.  $1\frac{1}{2}$ . (come ricerca la regola di questa Equatione di 3. & 1. eguale a numero (resta rad. 6. (cioè rad.  $1\frac{1}{2}$  piu rad.  $1\frac{1}{2}$ .) qual rad. 6. (restante) e il valore della cosa.

Si può anco auertire, che in questa Equatione d'1. cubo piu 15. & eguale a rad. 2646. essendo il valore della cosa rad. cuba l. rad. 786  $\frac{1}{2}$ . piu rad. 661  $\frac{1}{2}$ . 7. meno rad. cuba l. rad. 786  $\frac{1}{2}$ . m. radice 661  $\frac{1}{2}$ . 7. cioè quello che resta del Binomio B. cauandone il suo residuo R. (che poi presa la rad. cuba di rad. 786  $\frac{1}{2}$ . piu rad. 661  $\frac{1}{2}$ . Et di rad. 786  $\frac{1}{2}$ . m. rad. 661  $\frac{1}{2}$ . suo residuo. Si hà poi  $\frac{1}{2}$  6. p. rad. 1  $\frac{1}{2}$ . Et rad.  $6\frac{1}{2}$ . m. rad.  $1\frac{1}{2}$ . che cauato il residuo rad.  $6\frac{1}{2}$ . m. rad.  $1\frac{1}{2}$ . dal Binomio rad.  $6\frac{1}{2}$ . p. rad.  $1\frac{1}{2}$ . resta rad.  $1\frac{1}{2}$ . p. rad.  $1\frac{1}{2}$ . cioè rad. 6. che è il valore della cosa) considerando essi due Binomio B. & suo residuo R. vediamo che la differenza che è da rad. 786  $\frac{1}{2}$ . m. rad. 661  $\frac{1}{2}$ . residuo a rad. 786  $\frac{1}{2}$ . p. rad. 661  $\frac{1}{2}$ . Binomio è sempre il doppio di rad. 661  $\frac{1}{2}$ . loro parte minore, & però essa differenza essere sempre il numero della Equatione (hora rad. 2646 perche la rad. 661  $\frac{1}{2}$ . nasce sempre dal pigliare la metà del numero dell'Equatione.) Et che il dutto d'essi due Binomio rad. 786  $\frac{1}{2}$ . p. rad. 661  $\frac{1}{2}$ . & residuo rad. 786  $\frac{1}{2}$ . m. rad. 661  $\frac{1}{2}$ . (qual dutto hora è 125. cubo di 5. terza di 15. numero della 15. cose dell'Equatione) e sempre il cubo del terzo del numero delle cose dell'Equatione, perche al quadrato della parte minore del Binomio, cioè al quadrato della metà del numero dell'Equatione si giunge esso cubo del terzo del numero delle cose per formare il quadrato della parte maggiore del detto Binomio; Onde essendo poi il dutto del Binomio nel suo residuo quello che resta a cauare il quadrato della parte minore dal quadrato della parte maggiore, cioè la differenza d'essi due quadrati, egli di necessità verrà ad essere il detto (hora 125.) cubo del terzo del numero delle cose, per ilche il Binomio rad. 786  $\frac{1}{2}$ . piu rad. 661  $\frac{1}{2}$ . & suo residuo rad. 786  $\frac{1}{2}$ . m. rad. 661  $\frac{1}{2}$ . vengono ad essere due quantità tali, che la differenza loro e il numero della Equatione, & il prodotto loro e il cubo del terzo del numero delle cose; per ilche nel dare la regola all'Equatione di 1. cubo, & cose eguale a numero si potrà dire.

Quando 1. cubo, & cose sono eguali a numero. Trouinsi due quantità la differenza delle quali sia il numero della Equatione, & che il prodotto loro sia il cubo del terzo del numero delle cose; Et dipoi cauata la rad. cuba della minore dalla rad. cuba della maggiore, il restante sarà il valore della cosa. Onde dato 1. cubo piu 6. cose eguale a 78. Si trouaranno due quantità differenti in 78. (numero dell'Equatione) il prodotto delle quali sia 8. cubo di 2. terzo di 6. numero delle cose; Et per trouarle si potrà ponere la minore essere 1. cosa, & la maggiore 78. p. 1. cosa. che il prodotto loro 78. cose, meno 1. & sarà eguale a 8. onde al quadrato di 39. metà di 78. numero delle cose, qual quadrato è 1521. gionto 8. numero della Equatione fa 1529. dalla rad. della qual somma cauato il 39. metà del numero delle cose resta rad. 1529. meno 39. & questo è il valore della cosa, & però la quantità minore posta 1. cosa, alla quale gionto il 78. fa rad. 1529. p. 39. che è la quantità maggiore; Ouero per trouare esse due quantità potremo ponere la maggiore



giore esse 1. cosa piu 39. (cioe piu la mita del 78. differenza loro) & la minore essere 1. cosa m  
37. il prodotto delle quali e 1. z m 1521. quale sarà eguale a 8. cioe gionto 1521. ad 8. sarà 1. z  
eguale a 1529. che però la co. valerà rad. 1529. onde le quantità poste 1. co. piu 39. Et 1. cosa m  
39. faranno pure rad. 1529. piu 39. Et rad. 1529. m 39. In ciascuno de' quali dui modi si vede,  
che al quadrato della mita del numero 78. dell'Equatione, gionto l'8. cubo del terzo del numero  
delle cose, & alia rad. della somma gionto, & cauato la mita detta del 78. numero dell'Equatio-  
ne, li dui somma, & restante, sono le due quantità cercate; Che dipoi cauata la rad. cuba della  
minore, dalla rad. cuba della maggiore, cioe hora rad. cuba L. rad. 1529 m 39. 7. da rad. cuba L.  
rad. 1529. piu 39 7. il restante, cioe rad. cu. L. rad. 1529. piu 39 7. m rad. cuba L. rad. 1529. m 39. 7.  
sarà il valore della co. nell'Equatione d'1. cubo piu 6. co. eguale a 38.

Supponiamo che in vna Equatione la co. valcffe rad. 8. piu rad. 3. Et veggasi quanto faria vn  
cubo piu 12. cose.

<p>A B rad. 8. piu rad. 3. 8. quadrato di A. 9. triplo de quadrato di B. somma 17. via A. rad. 8. cioe rad. 189. via rad. 8. fa rad. 2312. parte maggiore. causi 125. cubo di 5. differenza de' quad. di A. &amp; B. resta rad. 2187. parte minore.</p>	<p>rad. 8. piu rad. 3. via 12. 96 36 R 1152. p rad. 432. vagliono le 12. co. R 2312. p rad. L 187 vale il cubo. R 6728. piu rad. 4563. è la somma.</p>
---	--

Il valore delle cose si potrà sempre sommare, & vnire in un Binomio con il valore del cubo  
(essendo Binomio il valore del cubo,) perche hora in rad. 1152. entra rad. 8. A. per numero ra-  
tionale, che v'entra le 12. volte con che si e moltiplicato, & anco entra in rad. 2312. che v'entra  
le 17. volte della operatione, onde essa rad. 8. entrara volte 29. nella somma di rad. 1152. & 2312.  
Et similmente rad. 3. B. entrara nella somma di rad. 432. & rad. 2187. volte 12. & volte 27. (che  
27. è la somma di 24. triplo del quadrato di A. & di 3. quadrato di B) cioe volte 39.

<p>rad 1682. via rad 4563. fa rad. 1674966.</p>	<p>A rad 8. via 29. 232. fa radice 6728.</p>	<p>B. rad. 3. via 39. 117. fa rad. 4563.</p>
---	--	--

1. cubo piu 12. cose valera rad. 6728. piu rad. 4563. Hora data questa Equatione trouisi il valo-  
re della cosa.

1. cubo piu 12. cose. Egual a radice 6728. piu radice 4563.  
suo cubo 64. rad. 1682. piu rad. 1140. 1/2.  
via rad. 1682. piu rad. 1140. 1/2.  
fa 2822 3/4 piu rad. 7674966.  
gionto 64

G. fa in somma 2886 3/4. piu rad. 7674966. la rad. di che è rad. L.  
2886 3/4. piu rad. 7674966. 7. alla quale si giunge, & caua la mita del numero della Equatione, cioe  
rad. 1682. piu rad. 1140 1/2. Et di ciascuno delli dui risultanti (Binomio cioe, & Residuo) si pi-  
glia la rad. cuba; Et si caua la minore dalla maggiore (cioe si caua la rad. cuba del Re. i duo dal-  
la rad. cuba del Binomio) che il restante sarà il valore della cosa.

Noti lo Studente. che del Binomio G. non occorre cercare la rad. quadra (come si faria se la  
potesse hauere) perche ci accorgiamo facilmente, che esso G. non può essere Binomio quadro,  
considerando che del 2886 3/4. [dal quadrato del quale si doueria cauare il quadrato dell'altra  
parte minore, & il restante doueria essere numero quadrato, acciò il Binomio G. fusse quadrato]  
ridotto in 4. perche 4. via 6. fa 24. & giontoli il 3. numeratore del 3/4. fa 27. il numeratore d'esso  
2886 3/4. ridotto a forma di sotto terminaria in 7. & perche quello 7. via 7. fa 49. che termina in  
9. il numeratore del quadrato d'esso rotto terminaria in 9. essendo 16. [quadrato di 4.] il deno-  
minatore dal quale douedo cauare il quadrato della minor parte ò B, che termina in 6. esso si do-  
uerà anch'egli ridurre a 16. esimi. & perche 6. via 16. fa 96. ridotto che sarà a 16. esimi terminerà  
in 6. [termine del 96.] & questo numero che termina in 6. cauato dall'altro che termina 9. il nu-  
L micro



mero che restarà terminerà in quello che resta a cauare 6. da 9. cioè in 3. per il che non potendo alcun numero quadrato terminare in 3. egli non potrà essere quadrato, & perciò ne meno il Binomio C. potrà essere quadrato. Tutto questo ho detto acciò lo Studente s'accorga che quando egli douenti esperto nelle operationi de numeri, & proprietà loro, potrà conoscere l'alto di molte operationi, schiuare molte fatiche, & accorgersi facilmente de gli errori di calcolo, o altri che potessero occorrere, che nel maneggiamenti de' numeri la mente alle volte si stracca, & l'occhio, & si piglia, o scriue vna cosa per vn'altra, onde chi non fusse esperto, difficilmente potrà conoscere l'errore. Ma attendiamo hora a cercare la rad. cuba del Binomio, che chiameremo A. & c.

$$\text{rad. L. } 2887 \frac{1}{4} \text{ più rad. } 7674956.7 \text{ più rad. } 1682 \text{ più rad. } 1140 \frac{3}{4}$$

I quadrati delle due parti a. & b. d'esso Binomio A. sappiamo essere differenti in 64. la rad. cuba del quale è 4. (terza parte di 12. numero delle cose) però i quadrati delle due parti del Binomio C. che deua essere rad. cuba dell'A. faranno differenti in 4. Quanto al valore del Binomio C. perche la parte b. dell'A. è circa a 41. più 34. cioè circa a 75. & poco più importa la parte a, esso A. valerà in tutto circa a 150. la rad. cuba di che non arriua a 5  $\frac{1}{2}$ . però il Binomio C. non deue arriuare a 5  $\frac{1}{2}$ . Per trouare il C. essendo la parte b. del Binomio A. composta di due rad. la prima intiero, & la seconda con rotto di  $\frac{3}{4}$ . ancora la parte B. del Binomio C. fara composta di due rad. la prima intiero, & la seconda con rotto di  $\frac{3}{4}$ . Onde se potremo che la seconda sia radice

$$\begin{array}{r} \text{C. rad. L. } 6 \frac{1}{4} \text{ più rad. } 6.7 \text{ più rad. } 2 \text{ più rad. } \frac{3}{4} \\ \text{20 } \frac{1}{4} \text{ più rad. } 54. \\ \text{con } 2 \frac{3}{4} \text{ più rad. } 6. \quad \text{rad. } 529. \\ \text{23. più rad. } 96. \quad \text{via } 9 \frac{3}{4} \\ \text{via rad. } 1 \text{ più rad. } \frac{3}{4} \quad \text{1387.} \\ \text{fa rad. } 1058 \text{ più rad. } 72 \text{ più rad. } 192 \text{ più rad. } 396 \frac{3}{4} \\ \text{2. più rad. } 529. \quad \text{rad. } 36. \quad \text{rad. } 3 \text{ rad. } 64 \text{ rad. } 132 \frac{1}{2} \\ \text{23. più rad. } 6. \quad \text{8. più rad. } 329. \\ \text{19. più rad. } 11 \frac{1}{4} \quad \text{11 } \frac{1}{4} \\ \text{B. } 841 \quad \text{B. } 380 \frac{1}{4} \\ \text{via B. } 2 \quad \text{via B. } 3 \\ \text{Cioè B. } 1682 \text{ p.} \quad \text{rad. } 1140 \frac{3}{4} \end{array}$$

intiero si potrà lassare così (che se si ponesse manco di 2. cioè rad. 1. ella faria numero rationale, & non rad.) & si hauerà rad. 2. più rad.  $\frac{3}{4}$ . per la parte B. il suo quadrato è 2  $\frac{1}{4}$ . più rad. 6. al quale giunto il 4. (rad. cuba del 64) in che il quadrato della parte maggiore A. deue superare il quadrato della parte minore B. fa 6  $\frac{3}{4}$ . più rad. 6. & questo doueria essere il quadrato della parte maggiore A. onde ella faria rad. L. 6  $\frac{3}{4}$ . più rad. 6. & così il Binomio C. faria rad. L. 6  $\frac{3}{4}$ . più rad. 6.7. più rad. 2. più  $\frac{3}{4}$ . il che è circa a rad. 9  $\frac{1}{2}$ . più rad. 2. più rad.  $\frac{3}{4}$ . che è circa a 5  $\frac{1}{2}$ . come si ricerca resta dunque a fare l'esperimento d'esso Binomio C. cubandolo, & vedere se il suo cubo sia l'A. Onde presa vna delle parti del C. poniamo la minore rad. 2. più rad.  $\frac{3}{4}$ . al suo quadrato 2  $\frac{1}{4}$ . più rad. 6. giungeremo il triplo del quadrato della parte maggiore, cioè giungeremo 20  $\frac{1}{4}$ . più rad. 54. & fa 23. più rad. 96. quale moltiplicheremo via essa parte minore rad. 2. più rad.  $\frac{3}{4}$ . & fa B. 1682. più rad. 1140  $\frac{3}{4}$ . che è la parte minore del cubato del C. & perche essa è a punto eguale, o l'istessa che è la b. parte minore dell'A. (& perciò anco l'altra parte maggiore, che si trouasse del cubato di C. faria l'istessa che l'a. parte maggiore dell'A.) conosceremo che esso C. è la vera rad. cuba dell'A. Trouata dunque la rad. cuba del Binomio A. essere il Binomio C. rad. L. 6  $\frac{3}{4}$ . p. rad. 6.7. p. rad. 2. p. rad.  $\frac{3}{4}$ . sapremo anco che la rad. cuba del residuo A. farà il residuo C. (del Binomio C.) cioè rad. L. 6  $\frac{3}{4}$ . p. rad. 6.7. in (rad. 2. p. rad.  $\frac{3}{4}$ .) onde cauato questo residuo C. dal suo Binomio C. restarà rad. 2. p. rad.  $\frac{3}{4}$ . p. rad. 2. p. rad.  $\frac{3}{4}$ . cioè il doppio di rad. 2. p. rad.  $\frac{3}{4}$ . che è rad. 8. p. rad. 3. & questo è il valore della +; cioè la + vale rad. 8. p. rad. 3.

Hora può auertire lo Studente. che quando sapesse quanto habbi da essere il valore della co. in vna Equatione di questo Capitolo, egli potrà facilmente conoscere qual sia il Binomio C. dal quale cauato il suo residuo C. deua restare la quantità che ha da essere valore della cosa; Che qui douendo la cosa valere rad. 8. p. rad. 3. & essendo sempre esso valore quello che rimane a cauare vn residuo dal suo Binomio; & in esse sottrattioni restando sempre il doppio della parte, che nel residuo

1  $\frac{3}{4}$ . la prima che è maggiore doueria essere rad. 3. o rad. 3. o rad. 5. & c. che se diremo che sia rad. 2. (che è 2. l'intiero che subito segue ad 1  $\frac{3}{4}$ .) la parte B. faria rad. 2. più rad. 1  $\frac{3}{4}$ . Il suo quadrato faria 3  $\frac{1}{4}$ . più rad. 14. che giointo 4. faria 7  $\frac{1}{4}$ . più rad. 14. per il quadrato della parte A. onde ella faria rad. L. 7  $\frac{1}{4}$ . più rad. 14.7. & tutto il C. faria rad. L. 7  $\frac{1}{4}$ . più rad. 14.7. più rad. 2. più rad. 1  $\frac{3}{4}$ . ma questo è circa a rad. 11. più rad. 7. che è più di 6. però è troppo. Onde conuerà da principio ponere, che la rad. 1  $\frac{3}{4}$ . sia solo  $\frac{3}{4}$ . & la rad. 2.



duo è in (che per esempio dal Binomio  $\text{rad. } 7. \text{ più rad. } 2.$  a cauare il suo residuo  $\text{rad. } 7. \text{ in rad. } 2.$  resta il doppio di  $\text{rad. } 2.$  cioè  $\text{rad. } 8.$ ) sappiamo che essa parte non douerà essere la metà del valore della co. cioè la metà di  $\text{rad. } 8.$  più  $\text{rad. } 3.$  qual metà è  $\text{rad. } 2.$  più  $\text{rad. } \frac{3}{2}.$  però nel Binomio C. che deua essere  $\text{rad. cuba. dell' A.}$  la parte minore douerà essere  $\text{rad. } 2.$  più  $\text{rad. } \frac{3}{2}.$  Et perche si conosce che sempre il quadrato della parte maggiore deue superare il quadrato della parte minore nel numero, che è la terza parte del numero delle co. & però hofa in 4. terza parte di 12. numero delle co. in quella Equatione d' i. cubo p. 12. cioè eguale a  $\text{rad. } 6728.$  più  $\text{rad. } 4563.$  nel cubo del quale hora 4. cioè in 64. sono differenti i quadrati delle due parti a. & b. del Binomio A. si vede che al quadrato di  $\text{rad. } 2.$  più  $\text{rad. } \frac{3}{2}.$  cioè a  $2 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6.$  giunto esso 4. detto terzo parte del numero delle co. & fa  $6 \frac{3}{4}.$  più & 6. questo deue essere il quadrato della parte maggiore del Binomio C. però essa parte maggiore sarà  $\text{L. } 6 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6 \frac{1}{4}.$  (che quello  $6 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6.$  non è Binomio quadrato perche a cauare 6. quadrato di  $\text{rad. } 6.$  da  $45 \frac{3}{4}.$  quadrato di  $6 \frac{1}{4}.$  il restante 39  $\frac{3}{4}.$  non è quadrato) & così il Binomio C. sarà  $\text{L. } 6 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 2.$  più  $\text{rad. } \frac{3}{2}.$  Et è in tutto simile al Binomio A. di che egli è  $\text{rad. cuba.}$  che l'uno, & l'altro è composto di due Binomij, il primo de' quali è vna  $\text{rad. L.}$  di Binomio di numero, &  $\text{rad.}$  che il numero ha il rotto  $\frac{3}{4}.$  & la  $\text{rad.}$  è intero; Et il secondo è Binomio di due  $\text{rad.}$  la maggiore delle quali è intero, & la minore ha il rotto  $\frac{3}{4}.$  Et quando questa Equatione fusse stata d' altro numero di cose poniamo d' i. 3. più  $22 \frac{1}{2}.$  cose eguale a numero (cioè a quantità libera da denominatione Algebrica che in questi casi ogni quantità astratta si piglia come numero) douendo pure la cosa valere  $\text{rad. } 8.$  più  $\text{rad. } 3.$  all' hora che la parte minore del Binomio C. sarà pure  $\text{rad. } 2.$  più  $\text{rad. } \frac{3}{2}.$  (metà del valore della cosa) al suo quadrato che è  $2 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6.$  si doueria giungere  $7 \frac{1}{4}.$  che è la terza parte di  $22 \frac{1}{2}.$  numero delle cose, & faria  $10 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6.$  il che faria il quadrato della parte maggiore del Binomio C. però essa parte maggiore faria  $\text{rad. L. } 10 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6 \frac{1}{4}.$  Et quando l' Equatione fusse d' i. 3. più  $10 \frac{1}{2}.$  cose eguale a numero valendo pure la cosa  $\text{rad. } 8.$  più  $\text{rad. } 3.$  & però essendo la parte minore del Binomio C. la detta  $\text{rad. } 2.$  più  $\text{rad. } \frac{3}{2}.$  all' hora al suo quadrato cioè a  $2 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6.$  si doueria giungere  $3 \frac{1}{4}.$  terza parte di  $10 \frac{1}{2}.$  numero delle cose, & faria  $6 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6.$  il che faria il quadrato della parte maggiore, però essa parte maggiore faria  $\text{rad. L. } 6 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6 \frac{1}{4}.$  cioè faria  $\text{rad. L. } 6 \frac{1}{4}.$  più &  $6 \frac{1}{4}.$  ma si può dire  $\text{rad. } 6.$  più  $\frac{1}{4}.$  perche  $6 \frac{1}{4}.$  più  $\text{rad. } 6.$  è quantità quad. la  $\text{rad.}$  della quale è  $\text{rad. } 6.$  più  $\frac{1}{4}.$  Onde il Binomio C. faria  $\text{rad. } 6.$  più  $\frac{1}{4}.$  più  $[\text{rad. } 2. \text{ più rad. } \frac{3}{2}.]$  Et il suo residuo C. faria  $\text{rad. } 6.$  più  $\frac{1}{4}.$  in  $(\text{rad. } 2. \text{ più rad. } \frac{3}{2}.)$  che cauato il residuo C. dal suo Binomio C. restaria  $\text{rad. } 2.$  più  $\text{rad. } \frac{3}{2}.$  più  $\text{rad. } 2.$  più  $\text{rad. } \frac{3}{2}.$  cioè il doppio di  $\text{rad. } 2.$  più  $\text{rad. } \frac{3}{2}.$  che è  $\text{rad. } 8.$  più  $\text{rad. } 3.$  valore della co. Et se valendo pure la cosa  $\text{rad. } 8.$  più  $\text{rad. } 3.$  si hauesse i. 3. più  $(\text{rad. } 8. \text{ in rad. } 6.)$  eguale al numero convenienti, d' i. 3. più  $(3 \text{ più rad. } 3. \text{ in rad. } 2.)$  cioè eguale al numero che li conuenga pure nel modo istesso si trouariano il Binomio, & residuo C. & così con ordine conuerso si potriano trouare (che sono li suoi cubi) il Binomio, & residuo A. & da questi il numero, o quantità presa per numero, che deua agguagliarsi a detti i. 3. & cose. Ma essi Binomij, & residui (se bene se gli danno questi nomi, faria composti di molte quantità lunghe, & laboriose. Et questo balti.

*Seguiremo nondimeno a quest' altro discorso.*



## PROPOSITIONE.

Se vna quantità è diuisa in due parti come si vogli, il cubo d'essa quantità è eguale al cubo della prima parte, al cubo della seconda, & al dutto della quantità totale nel dutto della prima parte nella seconda tre volte.

Di qui si deriva la regola del Capitolo d'un cubo, & cose eguale à numero come si è mostrato; Et il modo di pigliare la radice cuba delli numeri, come si vede nel seguente essemplio.



**D**IGLIASI la rad. cuba di 53576842. Puntate le figure & trouata la prima figura della rad che è 3. & posta sotto al 3. del 53. doue è il punto, & l'auanzo 26. (che resta a cauare 27. cubo del 3. dal 53.) posto sotto alla riga, ad esso accompagninsi le tre figure seguenti 576. che si comprendono fino al secondo punto inclusive, sotto al quale secondo punto deue porsi la seconda figura della radice, & sia A. Hora per trouarla per che ella cō il 3. prima trouata, qual 3. rispetto all'A. è 3. decine (& significa 30. poniamo che questa A.) sia 4. che con il 3. decine faranno 34. per il che 34. verria ad essere la rad. cuba del 53.576. ò la prossima minore, ma accioe che questo sia vero cōuiene che supposto il 34. diuiso in due parti, che sono il 3. decine, & il 4. cioè 30. & 4. conuien dico che il cubo di 30. con il cubo di 4. & tre volte il dutto del totale 34. nel dutto di 3. via 4. che facci 120. formino l'istesso 53576. ò il cubo prossimo minore ad esso 53576. ma di già il cubo di 30. cioè delle 3. decine, & è 27. milliara si è cauato dal 53576. cauatone il cubo della prima parte del 34. però conuerà che in detto restante 26576. si contenga il cubo di 4. (seconda parte del 34. & il triplo del dutto di 34. totale in 120. dutto di 30. in 4. parti dette; Onde per chiarirci se questo 4. sia buono, lo moltiplicheremo via 3. decine prima parte, che fa 12. decine, cioè 120. & q̃sto moltiplicheremo per il 34. totale, che fa 4080. quale triplaremo, & fa 12240. Quero & resulta l'istesso; moltiplicheremo da principio il 4. via il triplo del 3. decine, cioè via 9. ò il triplo del 4. cioè 12. via il 3. decine, & fa 36. decine, cioè 360. quale moltiplicheremo per il totale 34. & fa 12240. al quale ancora gionto il cubo del 4. che è 64. faria 12304. & doueria fare 12304. ò numero poco minore d'esso 12304. però ci accorgiamo che 34. & però il 4. supposto è poco, cioè che la rad. cuba del 53576. è numero maggiore di 34. & anco la seconda figura d'essa radice è molto maggiore del 4. supposto, cioè sarà anco piu di 5. & di 6. poiche il 12304. che si trouò mediare il 4. è molto inferiore al 26576. ò li vicino; Onde potremo ponere, che la seconda figura A. sia 7. Et perciò moltiplicheremo il suo triplo cioè 21. per la prima parte dell' hora 37. totale, cioè per il 3. decine prima figura, & fa 63. decine, & questo moltiplicheremo per il totale 37. & fa 2331. decine, cioè 23310. (che si accosta molto al 26576.) al quale giungeremo il cubo del 7. A. cioè 343. & fa 23653. il che perche non eccede il 26576. conosciamo il 37. & però il 7. A. non essere troppo, & anco conosciamo nō essere poco poiche il giudicio ci mostra (che essendo molto vicino questo 23653. trouato cō il 7. al 26576.) se pigliassimo 8. formando 38. all' hora il num. N. che si trouasse mediare questo 38. quale faria molto maggiore del 23653. & però eccederia il 26576; quale ci mostra il giudicio non essere tanto maggiore del 23673. quanto faria il numero N. & però il 38. faria troppo. Onde posto questo 7. sotto al 6. del secondo punto, scriueremo anco il 23653. sotto al 26576. & lo sottrahremo da esso 26576. che restarà 2923. Et così diremo la rad. cuba di 53576. essere 37. & auanzare 2923. (ouero considerando il totale 53576842. si diria la rad. cuba di 53576. milliara essere 37. decine, & auanzare 2923. milliara.) Intesa bene la operatione fin qui si viene anco ad essere inteso il modo di trouare la seguente figura, che va sotto al terzo punto. ò sotto il secondo del numero dato; & anco di trouare quelle che andassero sotto il quarto punto, & sotto il quinto punto, & sotto il sesto p̃nto, &c.

se



se più punti quanti occorressero fossero nel num. dato da pigliarne la B. 3 fusse egli grande quanto si volesse; perche col medesimo modo detto con che si troua la seconda, si verranno ad vna ad vna trouando anco la terza, quarta, quinta, &c. che andariano sotto al terzo, quarto, quinto punto, &c. Perilche hora per trouare A. che vā sotto al terzo punto del numero dato, cioè sotto al 2. vltimo d'esso numero dato, consideraremo similmente ( hauendo prima accompagnato l'842. che arriva al terzo punto inclusiue con il 2923. che auanzò dall'antecedente operatione, & fā 2923842. ) che questa figura A & poniamo ella essere 6. sia tale, che presa per seconda parte del numero totale ( che con essa accompagnata al 37. si formaria, & faria 376. ) essendo la prima il 37. che rispetto al 6. è 37 decine, cioè significa 370. ) Il triplo d'esso 6. cioè 18. moltiplicato via il totale 37. decine, & il prodotto 6660. moltiplicato via il totale 376. che fa 2504160. & a questo gionto il cubo del 6. cioè 216. che fā in tutto 2504376. questo si possa cauare dal 2923842. acciò il 376. non sia troppo; ma che non resti tanto che esso 376. sia poco, cioè che la rad. cuba del numero dato douesse essere 377. ò 378. ò più; Ma vediamo bene, che questo 2504376. si può cauare dal 2923842. & che a nostro giudicio non restarà tanto che la rad. del numero dato potesse essere numero intero maggiore del 376. però scritto il 6. sotto il punto del 2. & dal 2923842. sottratto il 2504376. scrittoli prima sotto, restarà 419466. per ilche concluderemo la rad. cuba del numero dato essere 376. & anco auanzare 419466. cioè che il numero dato soprauanza il cubo del 376. ( sua prossima rad. cuba d'interi non eccedente ) in 419466. Ma se supponendo la vnità diuisibile in infinito come quantità continua,

ò vnità Geometrica vorremo con l'auanzo formare il rotto prossimo d'accompagnare al 376. intero. noi posto esso auanzo 419466. sopra ad vna riga per numeratore, di sotto per denominatore vi poneremo il numero, che mostra la differenza qual si troua fra il cubo del num. intero 376. & il prossimo di lui maggiore 377. qual differenza è sempre, quanto è il numero, che nasce a giungere 1. al triplo del duto, delli detti dui numeri interi prossimi. Onde moltiplicando 376. via 377. che fa 141752. & al triplato di questo che è 425256. giungendo 1. che fa 425257. questo farà la differenza, che è dal cubo di 376. al cubo del prossimo intero seguente 377. per ilche postolo per denominatore sotto al la riga, & il rotto che se ne forma accompagnato al 376. intero haueremo  $376\frac{1}{377}$ . che sarà rad. cuba ma scarsa del numero dato. Quali rad. scarfe così trouate sogliono cubandole molte volte produrre numeri molto minori delli dati, ò vogliamo dire del douere; Onde è ben fatto a trouar regole in queste rad. cube, di andarli approssimando al vero, anco in infinito, si come si fa nelle quadrate. Et per non hauere col mezzo di molti esperimenti a trouare la seconda, ò terza, ò altre figure della radice cuba prossima, che si cerca del numero dato, poniamo hora per essemplio la terza che fu 6 del 376. sapendo che essa figura A. che vā sotto al terzo punto deve essere tale, che accompagnata da man destra al 37. trouato, quale perciò rispetto a

Pigli si rad. cuba di 53576842  
A. 7. suo triplo è 3 7 6  
21. via 30. 26576  
fa 630. 23654  
via 37. 2923842  
fa 23310 250476  
cubo di 7 343 & auanza 419466  
somma 23653  
A. 6. suo triplo 48 Ouero il rotto è  
via 370. 419466  
fa 6660 425257  
via 376. però la B. prossima  
fa 2504160 scarsa è  
cubo di 6. 1216.  $376\frac{1}{377}$   
somma 2504376  
376  
via 377. prossima seguente.  
fa 141752  
425256. è il suo triplo  
1. se gli giunge  
425257. è la differenza del cubo di  
376. al cubo di 377.

detta figura A. è 37. decine, cioè 370. & con esso 370. in somma farà trouata che sia 376. ma diciamo 37. A. deve essere tale dico esso 6. che il suo triplo 18. moltiplicato via il 37. decine, cioè via 370. & il prodotto 6660. moltiplicato via il totale 376. ò 37. A. & al risultante 2504160. giòto il cubo d'esso 6. A. la somma hora 2504376. si hà da poter cauare dal 2923842. che si hà; Perche tanto è il duto del triplo di 6. A. in 370. quanto il duto del semplice 6. A. nel triplo di 370. che in ciascun modo ne resulta 6660. & questo moltiplicandolo nel totale 376 ò 37. A. è quanto a giungere il duto di 6660. in 370. con il duto del medesimo 6660. in A. ( alche poi finalmente si giunge anco il cubo d'esso 6. ouero A. ) Et moltiplicare A. via il triplo di 370. cioè A. via 3. via 370. & il prodotto con il medesimo 370. cioè moltiplicare A. via 3. via 370. via 370. è quanto moltiplicare il quadrato di 370. via 3. via A. cioè il triplo del quadrato di 370. via A. perche poi a

M que-



questo si deve giungere il duto del triplo di 370. cioè il duto di 1110. via A. moltiplicato via  
 esso A che è quanto a dire il triplo di 370. via A. via A. cioè il quadrato di A. nel triplo di 370. Et  
 di più vi si deve giungere il cubo di A. vediamo finalmente che A. deve essere tale, che il suo duto  
 nel triplo del quadrato di 370. cioè in 410700. Et il duto del quadrato dell'istesso A. nel tri-  
 plo del semplice 370. (ò il duto del triplo, del quadrato dell'istesso A. nel semplice 370.) Et il  
 cubo dell'istesso A. cioè che queste tre cose in somma, ò vogliamo dire la somma loro deve po-  
 terli cauare dal 2923842. che si hà, & perche di queste tre cose la maggiore anzi la molto mag-  
 giore dell'altre due, anzi del composto dell'altre due è il duto del triplo del quadrato di 370.  
 noto, cioè di 410700. noto in A. ignoto, vediamo che A. deve essere tale, che moltiplicato via  
 410700. il prodotto si possa cauare dal 2923842. con auanzo, & anzi con tale auanzo, che basti a  
 poterne cauare l'altre due cose dette, onde se partiremo 2923842. per il 410700. l'auenimento  
 farà quello, che al più possa essere l'A. cioè A. non potrà eccedere quello che deriva a partire il  
 numero, che si hà nell'operatione per il triplo del quadrato della rad. già trouata presa come  
 decine (poiche hora intendendosi già trouato il 37. (& cercandosi il seguente 6.) si piglia per  
 37. decine, cioè per 370. come è rispetto al luogo seguente dell'A.) potrà bene occorrere, che  
 questo auenimento sia maggiore del douere, ò troppo, & che perciò il vero A. sia vna vnità, ò  
 più minore dell'auenimento detto, accio che oltre la moltiplicatione d'esso auenimento nel par-  
 titore detto (cioè nel triplo del quadrato della rad. fino all'hora trouata presa come decine,  
 cioè inteso accompagnato vn zero da man destra, ò vogliamo dire al quadrato d'essa rad. ac-  
 compagnati dui zeri da man destra) preso il duto del quadrato d'esso A. nel triplo della rad. fi-  
 no all'hora trouata intesa come decine; Et anco preso il cubo del medesimo A. tutto il compo-  
 sto si possa cauare dal numero che all'hora si hauerà nella operatione, che si adopra come  
 numero da partire; Et per esempio nella istessa estrattione hauendo trouato la prima figu-  
 ra posta sotto al primo punto essere 3. & auanzare 26. che con il 576. che segue al secondo punto  
 fa 26576. qual si piglia come numero da partire; per trouare hora la seconda figura della rad che  
 va posta sotto al secondo punto, noi preso il 3. trouato come 3. decine, cioè 30. & il suo quadrato  
 900. triplo che fa 2700. questo 2700. inteso come partitore vedremo quante volte entri nel  
 26576. che vi entra 9. volte. però 9. al più sarà A. seconda figura (come si conosce per altra causa  
 sapendosi che vna sola figura non può essere più di 9.) & forsi esso 9. farà troppo, & forsi anco la  
 prossima inferiore a lei, cioè 8. farà pure troppo, & conuerà pertenerne al 7. che per chiarircene,  
 accio si troui la vera figura A. noi moltiplicheremo il 9. preso per A. via il 2700. triplo del quadra-  
 to di 3. decine, & fa 24300. al quale giungeremo il duto del quadrato di esso A. 9. (cioè di 81.)  
 via 90. triplo del 3. decine dette, & è 7290 & anco il cubo di esso 9. che è 729. & la somma 12319.  
 vedremo se si può cauare dal 26576. che si hà, & vedendo hora che non si può, faremo  
 chiari che 9. è troppo per A. (che anco col giudicio senz'altra operatione si vede, che  
 il quadrato di 9. via 90. triplo di 30. senza il cubo di 9. sarà più di 7. milia, che con 24.  
 milia, & più duto di 9. nel 2700. farà più di 26576.) che accio 9. fusse buono precise,  
 & accompagnato al 3. faria 39. conuerria che il 26576. fusse 72319. perche a questo  
 giunto 27000. cubo di 3. decine, & faria 59319. questo faria il cubo di 39 come ben si  
 vede così essere moltiplicando 39. via il suo quadrato 1521. che fa pure 59319. Hora lassando il  
 9. & pigliando 8. prossimo inferiore per l'A. per chiarirci se egli sia a proposito, lo moltiplicare-  
 mo per il 2700. triplo del quadrato del 3. decine, & fa 21600. Ancora moltiplicheremo il quadra-  
 to di 8. cioè 64. via 90. triplo delle 3. decine (ouero che risulta l'istesso moltiplicare-  
 mo il triplo del quadrato di 8. cioè 192. via le 3. decine) & fa 5760. quale con il 216-  
 00. & con 512. cubo dell'8. fa in somma 27872. che non si può cauare dal 26576. che si  
 hà, però 8. ancora per A. è troppo; che egli faria buono precise, & accompagnato al 3.  
 faria 38. quando in vece del 26576 si hauesse 27872. che così ad esso 27872. giunto 27.  
 milia cubo del 3. decine faria 54872. che deve essere il cubo di 38. Et perche il 27872.  
 detto derivante dall'8. supera di poco in questo caso il 26576. si conosce che il prossi-  
 mo inferiore 7. sarà buono come anco ci chiarirà la sua operatione, che moltiplican-  
 dolo via 2700. triplo del quadrato di 3. decine, che fa 18900. & anco moltiplicato il  
 quadrato di esso 7. via 90. triplo del 3. decine fa 4410. quale con il cubo di esso 7. che è  
 343. & con il 18900. fa 23653. numero che si può cauare dal 26576. onde fatta la sot-  
 trattione resta 2923. & così posto il 7. al suo luogo sappiamo la rad. cuba di 53576. ef-  
 fere 37. & auanza 2923. & seguiremo poi come s'è detto; Che hò scritto il tutto  
 minutamente accio li Studenti intieramente intendano con facilità, & sicuramen-  
 te questo modo di pigliare la rad. cuba dell'i numeri grandi.

Si può ancora dire; Se vna quantità è diuisa in due parti come si vogli, il cubo d'ef-

fa



fa quantità quantà è eguale al cubo della prima parte, al cubo della seconda, & al triplo del quadrato della prima parte via la seconda, & al triplo del quadrato della seconda parte via la prima, o vogliamo dire, al cubo della prima parte, al cubo della seconda, & al triplo di quello, che nasce a giungere il duto della prima parte nel quadrato della seconda, con il duto della seconda parte, nel quadrato della prima.

A	10 via 10	B	7 via 7	C	3 via 3	Cioe	Però 10 via 10 via 10
diuiso 10 in 7 & 3	7 via 3	7 via 7	fa quanto	fa quanto			
B	7 via 10	3 via 3	10 via 10	d	7 via 7		
C	3 via 10	3 via 7	3 via 7	c	3 via 3	via 10	
		3 via 7		f	3 via 7		
				g	3 via 7		

d 7 via 7 via 7. cubo della prima parte.

d 7 via 7 via 2 Questo 7 via 7 via 3

E 3 via 3 via 3. cubo della seconda parte.

3 via 3 via 7. cioe 10 via 7 via 3  
è quanto 10 via 7 via 3

f 3 via 7 via 10. cioe 10 via 7 via 3

g 3 via 7 via 10. cioe 10 via 7 via 7

Però habbiamo tre volte il duto di 10. quantità totale, nel duto di 7. via 3. che sono le sue due parti. Onde il cubo della prima parte, & il cubo della seconda insieme con tre volte, o con il triplo del duto della quantità totale, nel duto delle sue due parti compongono il cubo della quantità totale.

cioe 343. cubo di 7.  
127. cubo di 3.  
210. duto di 3. via 7. cioe di 21. in 10.  
220  
210

fommano 1000  
cubo di 10.

Quero il duto di 10. via 10.  
è quanto

d 7 via 7 via 10  
e 3 via 3 via 10  
f 3 via 7 via 10  
g 3 via 7 via 10

d 7 via 7 via 7 343. cubo di 7.  
7 via 7 via 3 147. quad. dlla pri. par. 7. via la sec. 3  
E 3 via 3 via 3 27. cubo di 3.  
3 via 3 via 7 63. quad. dlla sec. par. 3. via la pri. 7  
f 3 via 7 via 7 147. vn'altra volta.  
3 via 7 via 7 63. vn'altra volta.  
g 3 via 7 via 7 147. vn'altra volta.  
3 via 7 via 3 63. vn'altra volta.

Tutto questo è il cubo della prima parte, il cubo della seconda, il quadrato della prima parte nella seconda tre volte, & il quadrato della seconda parte nella prima tre volte al che è eguale, o che è eguale al cubo della totale quantità 10.

Ancora perche si è veduto, che se vna quantità è diuisa in due parti come si vogli il cubo d'essa quantità è eguale al cubo della prima parte, al cubo della seconda, al triplo del duto del quadrato della prima parte nella seconda. Et al triplo del quadrato della seconda parte nella prima, noi potremo anco di qui estrarre vn'altro modo di pigliare la rad. cuba de' numeri, che per esempio preso il medesimo 33576842. puntate le figure al solito, & trouata la prima figura della radice che è 3. & posta sotto al 3. del 53. done è il punto, & all'auanzo 26. accompagnate da man destra le tre seguenti figure, che arriuanò al secondo punto inclusive haueremo 26576. che serue per trouare la seconda figura da ponere sotto al 6. puntato, Hora per trouarla, supponeremo che essa figura, & la chiameremo B accompagnata da man destra alla prima trouata 3. formino la quantità totale, che è rad. cuba di 33576. & che perciò essa rad. cuba sia diuisa in due parti, che sono la prima il 1. trouato quale realmente è 30. & la seconda è la figura B. il valore della quale si cerca per il che il cubo della totale quantità è eguale alle 4. cose, che sono il cubo di 30. prima parte il cubo di B. seconda il triplo del duto del quadrato di 30. in B. & il triplo del duto del



del quadrato di B. in 30. ma il cubo di 30. prima parte nota è 27. millia. che cauato da 53. millia. & 576. resta 26576. onde in questo 26576. si ha da contenere le tre seguenti cose, cioè il triplo del duto del quadrato di questo 30. nel B. il triplo del duto del quadrato di B. nel 30. & il cubo di B. onde sappiamo che il triplo del duto del quadrato di detto 30. nel B. ò vogliamo dire il duto di B. nel triplo del quadrato di 30. cioè (perche il quadrato di 30. è 900. & il suo triplo è 2700.) il duto di B. in 2700. deue poterli cauare dal 26576. & restarui anco tanto, che se ne possa cauare il duto di 30. nel triplo del quadrato di B. & di piu il cubo di B. onde perche il 2700. in detto 26576. entra 9. volte ma auanza poco si che il giudicio ci mostra il B. cercato non potere essere 9. considereremo, ò esperimentaremo se egli sia 8. però esso 8. multiplicaremo con il 2700. & fa 21600. Et anco multiplicaremo il triplo del quadrato di esso 8. cioè 192. per il 30. & fa 5760.

Pigli si rad. cuba di 53576842

è 3 7 6

A. 30  
suo quad. 900  
il triplo 2700  
fia B. 8  
produce 23600 & auanza 419466

fuo quad. 64  
B. 8  
il triplo è 192  
via A. 30  
fa 5760  
che cò 23600  
fa p di 26576  
Però B. non può ar-  
riuare a 8. hor fia 7.

B. 7  
via 2700  
fa 18900

6.b  
via 410700  
fa 2464200.  
39960  
246. cubo di b.  
250376.

B. 7  
suo quad. 49  
il triplo 147  
via A. 30

4410  
con 18900  
& con 343. cu di 7.B  
fa 23653. quale si può cauare da 26576. però 7. per B. è buono.

a. 370  
suo quad. 136900  
il triplo 410700. che in 2923842. non entra piu di 7.  
volte, però è chiaro che b. non potrà essere piu di 7.  
pur veggasi se può arriuare a 7.

7.b  
via b. 7  
2874900

49. suo quad.  
147. suo triplo.

via 370. a  
fa 54390. quale senza anco il cubo di 6.  
giunto a 2874900. si vede, che fa piu di  
2923842. però 7. per b. è troppo, cioè b.  
non può arriuare a 7. onde si ponrà che  
egli sia 6. & vedremo che è a proposito.

6.b  
36. suo quad.  
108. suo triplo  
via 370. a  
39960  
6.b  
Onero  
6.b  
36. suo quad.  
via 370. a  
fa 13320.  
39960. è il triplo

5760. onde senza giongerui il cubo dell'8. vediamo che solo detto 5760. gionto al 23600. che fa 28. millia. & piu supera il 26576. per il che si vede 8. essere troppo, però supponeremo, che il B. cercato sia vna vnità di maeo cioè 7. & multiplicandolo con 2700. fa 18900. ancora il quadrato di questo 7. B. è 49. & il triplo è 147. che si moltiplica con 30. detto, & fa 4410. quale con il cubo di esso B. 7. che è 343. gionto al 18900 fa 23653. che si può cauare dal 26576. però 7. è la figura cercata, ò seconda parte dell' hora 37. quantità cercata da scriuere al suo luogo sotto al 6. puntato, & cauato il 23653. dal 26576. detto, resta 2923. & così fin' hora sappiamo che la rad. cuba di 53576. è 37. & auanza 2923. & per seguire auanti (contenendo il numero dato vn' altro punto) ac- compagneremo le seguenti figure fino al seguente punto inclusive, cioè l'842. all'auanzo detto 2923. & fa 2923842. & per trouare la figura da scriuere sotto al 2. puntato, supponeremo di nouo che la quantità totale che è rad. cuba di 53576842. sia diuisa in due parti, la prima delle quali sia il 37. trouato, quale realmente rispetto alla seguente figura destra che si cerca è 37. decine, cioè 370. & la figura b. che si cerca; per il che il cubo della totale quantità è eguale alle quattro cose, che sono il cubo di 370. prima parte, il cubo del di b. seconda parte, il triplo del duto del quadrato della prima parte 370. nella seconda b. Et il triplo del duto del quadrato della secon-



seconda parte b. nella prima 370. Di queste il cube di 370. prima parte sappiamo essere tanto, che cauto dal 53576842. resta 2923842. onde in questo 2923842. si comprendono l'altre tre cose, cioè il triplo del quad. di 370. moltiplicato in b. che si cerca, il triplo del quadrato di b. moltiplicato in 370. & il cubo di b. Questo inteso perche il quadrato di 370. è 136900. & il suo triplo è 410700. conosciamo che b. deve essere tale, che moltiplicato in 410700. il prodotto si possa cauare da 2923842. & di piu resti tanto, che da esso restante si possa anco cauare il dutto del 370. nel triplo del quadrato di b. & il cubo di b. Onde partendo 2923842. per 410700. che ne viene 7. si conosce che b. non può essere se non 7. o manco, cioè non può passare 7. ne meno farà 7. se questo 7. fusse tanto grande, che le tre cose dipendenti da esso, & dal 370. in somma superassero il 2923842. onde per chiarirci di quanto occorre, & trouare il vero b. o sia egli 7. o manco, cioè 6. o altro minore, esperimentaremo il 7. moltiplicandolo con 410700. triplo del quadrato di 370. & fa 2874900. ancora moltiplicheremo il triplo del quadrato di esso 7. cioè 147. via il 370. & fa 54390. il quale insieme con il cubo di 7. giungeremo al 287490. & la somma potendosi cauare da 2923842. cilo 7. farà il vero b. ma vediamo che il solo 54390. con il 287490. (che fanno 2928. millia, & piu) supera il 2923. millia, & 282. però si vede anco che 7. è troppo; onde piglieremo solo 6. (cioè il seguente prossimo numero inferiore al 7.) per il b. & adoprando il 370. nel modo istesso detto haueremo in somma 2504376. che si può cauare da 2923842. però 6. è la figura cercata da scrivere sotto al 2. puntato al suo luogo; Et così consideremo (essendo finita la operatione) la rad. cuba del 53576842. essere il 376. trouato, & auanzare 419466. (che si troua a sottrarre 2504376. da 2923842.) con il quale auanzo se vorremo formare il rotto lo potremo fare nel modo già mostrato.

\* Et si può notare, che potendosi noi poniamo nel trouare la rad. quadra di 6. che è piu di 2  $\frac{1}{2}$ . ma non arriua a 2  $\frac{1}{2}$ . andarci di continuo, & in infinito accostando alla vera rad. di 6. (quale nondimeno non è dabile nelli numeri, poiche non si troua alcun numero composto d'intero, & rotto, che moltiplicato in se medesimo produca intero come 6.) si conosce che pure si dà l'infinito, cioè l'operare infinitamente senza peruenir mai ad vn termine dato; Come anco sappiamo che partendoci poniamo da 6. per arriuare a 7. potiamo intellettualmente caminare, o andare verso il 7. rettamente, innumerabili, o infinite volte, senza peruenir mai al 7. che potiamo la prima volta caminare la metà della distanza, o differenza, che è da 6. a 7. & arriuare a 6  $\frac{1}{2}$ . & la seconda caminare la metà della differenza che è da 6  $\frac{1}{2}$ . a 7. & arriuare a 6  $\frac{3}{4}$ . & così ogni volta andar caminando la metà della differenza restante (o poco piu, o manco) & nondimeno mai si arriuara al 7. così caminando, perche ci resterà sempre altrettanto, quanto è stato il viaggio l'ultima volta fatto, poiche haueremo fatto solo la metà della differenza che restaua.

\* Et se volessimo sapere se la differenza del cubi di due numeri dati, poniamo dal cubo di 3. al cubo di 8. la potremo trouare, mediante la somma delle differenze de' cubi de' numeri intermedij, cioè di 4. 5. 6. 7. che la differenza del 3. di 3. al cubo di 4. è il triplo di 12. dutto loro, & 1. piu (cioè 37.) & dal cubo di 4. al cubo di 5. è il triplo di 20. dutto loro, & 1. piu, & del cubo di 5. al cubo di 6. è il triplo di 30. dutto loro, & 1. piu, & del cubo di 6. al cubo di 7. è il triplo di 42. dutto loro, & 1. piu, onde sommando questi dutti 12. 20. 30. 42. 56. che fanno 160. il suo triplo, che è 480. con 5. vnità (cioè vna per dutto) & fa 485. farà la differenza del cubo di 3. al cubo di 8.

\* Et notisi, che tutti i numeri che sono differenti nella vnità, i loro cubi sono differenti nel triplo del dutto d'essi due numeri, & 1. di piu come si vede in

3	12	3 $\frac{1}{2}$ .	17	22	374
4	20	3 $\frac{2}{3}$ . & 4 $\frac{1}{3}$ .	17	22	374
5	30		5	5	ducto. 14 $\frac{1}{2}$ .
6	42		289	484	3
7	56		4913	10648	triplo. 44 $\frac{1}{2}$ .
8	160		196 $\frac{1}{4}$ .	425 $\frac{2}{3}$ .	1
	185		39 $\frac{1}{3}$ .	85 $\frac{1}{3}$ .	45 $\frac{1}{3}$ .
				45 $\frac{1}{3}$ .	

\* Ma di qui si vede, che la differenza di 4913. cubo di 17. a 10648. cubo di 22. è quanto il triplo di 374. (che è 1122.) moltiplicato per 5. differenza di 17. a 22. & fa 5610. giuntoli il cubo di 5. differenza di 17. a 22. qual cubo è 125. & fa 5735.

N

Et



Et così anco per trouare la differenza del cubo di 3. al cubo di 8. perche essi 3. & 8. sono differenti in 5. moltiplicaremo questo 5. via 72. triplo di 24. dutto delli 3. & 8. & fa 360 al quale giongeremo 125. cubato di 5. differenza detta delli 3. & 8. & fa 485. che è la differenza di 27. a 512. cubi di 3. & 8. Si può dunque dire per regola in vniuersale, della quale si cerchi la causa naturale, & si dimostri.

Date due quantità A. & B. per trouare la differenza de' loro cubi C. D. Veggasi la differenza di A. & B. & sia F. quale si moltiplichi per il triplo del dutto di A. in B. & al prodotto si giunga il cubo di F. che la somma sarà la differenza de' cubi C. B.

Ma la causa di questa regola si vede deriuare dalla principale propositione, che dice; Se vna quan-

Trouisi la differenza del cubo di 1. z p 3. & p 4. al cubo di 1. z m 3. & p 4.

A. 1. z p 3. & p 4. B. 1. z m 3. & p 4.  
1. z m 3. & p 4. p.

1. z m 1. z p 16 dutto di A. in B.

3. z 1. z p 48 suo triplo.

6. & differenza di A. & B.

18. z m 38. z p 288. & prodotto.

216. z cubo della differenza di A. & B.

somma 18. z p 198. z p 188. & differenza de' cubi di A. & B.

A. 1. z p 3. & p 4.

B. 1. z m 3. & p 4.

1. z p 1. & p 4.

1. z m 3. & p 4.

quad. di A. 1. z p 6. z p 17. z p 24. p 16.  
1. z p 3. & p 4.

quad. di B. 1. z m 6. z p 17. z m 24. z p 16.  
1. z m 3. & p 4.

Cubo di A. 1. z p 9. z p 19. z p 99. z p 136. z p 244. z p 64. Cubo di B. 1. z m 9. z p 39. z m 99. z p 136. z  
Differenza 18. z p 198. z p 288. & [m 144. z p 64.

quantità è diuisa in due parti come si vogli, il cubo d'essa quantità è eguale al cubo della prima parte, al cubo della seconda, & al triplo del dutto della quantità totale nel dutto della prima parte nella seconda.

Perche nel cercare la differenza del cubo di 17. al cubo di 22. supponendo il 22. maggiore essere vna quantità diuisa in 17. minore, & 5. (differenza di 17. a 22.) sappiamo per questa propositione, che il cubo di 22. è composto dal cubo di 17. dal cubo di 5. & dal triplo del dutto di 22. quantità totale in 85. dutto delle parti 17. & 5. cioè al triplo di 22. via 85. ò vogliamo dire dal triplo di 22. via 17. via 5. che è quanto a dire il triplo di 17. via 22. cioè il triplo di 374. moltiplicato via 5. & fa 1122. via 5. cioè 5735. Onde il cubo di 22. viene a superare il cubo di 17. in quello che resulta a sommare l'altre cose insieme, cioè il triplo di 22. via 17. via 5. con il cubo di 5. però la differenza del cubo di 17. al cubo di 22. viene ad essere quello che si è detto, cioè il triplo del dutto di essi 17. & 22. moltiplicato per 5. differenza loro; & al prodotto gionto il cubo di detto 5. differenza loro.

Altri discorsi ne i quali si trouano modi da trouare la differenza de' cubi di due quantità date.

Primo Somma 27. Secondo  
5 Differenza 17. 22

quadrato 25 459. quadrato  
Differenza de' quadrati 484.

cubo 125 10648. cubo

Differenza

10523

22. via 484. è quanto.

A 5 via 484

B 17 via 484

A 5 via 25. che è il cubo di 5. primo.

A 5 via 459. che il dutto di 5. primo.

nel dutto di 27. via 17 somma, & differenza del primo, & secondo.

B 17 via 25. che è il dutto della differenza del primo, & secondo nel quadrato del primo.

B 17 via 459. Ma questo con 5. via 459. parte di A. fa 22. via 459. cioè il dutto di 22. secondo in 459. dutto di 17. via 27.

Però



Però finalmente haueremo 5. via 5. via 5. cioè il cubo del primo.

\* 22. via 27. via 17. che sono il seconco somma del primo, & secondo, & differenza del primo, & secondo.

5. via 5. via 17. che sono il quadrato del primo, via la differenza del primo, & secondo.

Però il cubo di 22. secondo è composto dal cubo di 5. primo. Et dal dutto di 22. in 27. somma del primo, & secondo via 17. differenza de' medesmi 5. & 22. primo, & secondo. Onde la differenza del cubo del primo, al cubo del secondo, cioè quello in che il cubo del secondo supera il cubo del primo è quanto importa il dutto di 17. differenza del primo, & secondo in 27. somma del primo, & secondo, multiplicato via 22. secondo; Giontoli il dutto di 17. differenza del primo, & secondo via 25. quadrato del primo. Che è quanto a dire la somma del quadrato del primo, & dutto del secondo nel composto del primo, & secondo (cioè la somma di 25. & 594. che è 619.) multiplicata via la differenza del primo, & secondo (cioè 619. multiplicato via 17. che fa 10523.)

\* Ouero perche il segnato \* 22. via 27. via 17. è quanto 22 via 22 via 17

Et 22 via 5 via 17

Vediamo che questi gionti a l'altro che vi rimane, cioè a 5 via 5 via 17. Vengono in tutto ad esse il quadrato di 22. il quadrato di 5. & il dutto di 22. in 5. gionti insieme, che fanno (484. 25. & 110.) 619. multiplicato via 17. Però si può dire, che la differenza di dui cubi di due numeri ò quantità date, è quello che nasce a multiplicare la differenza d'esse due quantità, via il composto del quadrato della prima, & quadrato della seconda, & dutto della prima nella seconda.

Et perche il quadrato di 22. è composto dal quadrato di 17. dal quadrato di 5. & da dui dutti di 5. in 17. Et il 5. via 22. è composto da 5. via 17. & 5. via 5. che sono vn quadrato di 5. & vn dutto di 17. via 5. Et tutti questi con vn quadrato di 5. compongono il 619. da multiplicare via 17. & vengono ad essere il quadrato di 17. con 3. quadrato di 5. & 3. dutto di 5. in 17. Si può dire, che per trouare la differenza de' cubi di due quantità date 5. & 22. si giunga il triplo del quadrato della minore, con il triplo del dutto della minore 5. via la differenza loro 17. Et con il quadrato d'essa differenza loro, & la somma si multiplichi via essa differenza loro, che il prodotto sarà la differenza de' dui cubi d'esse due quantità 5. & 22.

5. differenza 17. 22.  
25. quadrato di 5.  
85. dutto di 5. in 17.

somma 110.  
330. suo triplo.  
289 quadrato di 17.

somma 619.  
via 17.

prodotto 10523. differenza del cubo di 5. 125  
al cubo di 22. 10648

Ma perche questo 110. è anco il dutto di 22. quantità maggiore in 5. quantità minore. Si può dire. Date due quantità 5. & 22. da trouare la differenza de' cubi loro. Al triplo del dutto d'esse due quantità, si giunga il quadrato della differenza loro, & la somma si multiplichi via essa differenza loro, che il prodotto sarà la differenza de' cubi loro.

Et perche il solo quadrato di 17. cioè 289.

multiplicato con esso 17. produce il cubo d'esso 17. si vede, che a multiplicare 330. per 17. & al prodotto 5610. giungere il cubo di 17. che è 4913. la somma è l'istesso 10523. dutto di 17. in 619. però si può anco dire. Date due quantità 5. & 22. da trouare la differenza de' dui cubi loro, multiplichi la differenza loro, via il triplo del dutto loro, & al prodotto si giunga il cubo d'essa differenza loro, che la somma sarà la differenza de' dui cubi loro.

Et perche alla differenza de' cubi di 5. & 22. cioè a 10523. giungendo il cubo di 5. minore (cioè 125.) la somma 10648. è il cubo totale del 22. maggiore. Vediamo che supposto il 22. diuiso in 5. & 17. Il cubo di 22. è eguale, ò si compone dal cubo di 5. dal cubo di 17. (parti sue) & dal triplo del dutto della minore 5. nella totale 22. multiplicato via la maggiore 17. cioè & dal triplo di 5. via 22. via 17. che è quanto il triplo di 5. via 17. via 22. cioè quanto il triplo di 85. (dutto di 5. & 17. parti dette) in 22. quantità totale; Però si può dire, il cubo di 22. componersi dal cubo di 5. dal cubo di 17. [sue parti] & dal triplo del dutto d'esse due parti nel 22. quantità totale.

Et hora se supponeremo il 22. maggiore essere diuiso in due parti 5. & 17. Essendo il quadrato di 5. differente dal quadrato di 22. in 17. differenza, ò parte maggiore via 27. somma della quantità totale 22. con 5. parte minore, cioè in 459. dutto di 27. in 17. se a questo giungeremo



Primo Si troua il modo di. Secondo  
5. conoscere la differen-  
za de' quadrati di due quantità.  
il quadrato di 5 è 25. il quadrato di 22 è 484.  
la differenza d'essi due quadrati è 459.

22. via 22. si compone da

A 5 via 22

B 17 via 22

A 5 via 5

B 5 via 17

B 22 via 17

5 via 17

& 22 via 17

quanto 27 via 17

27. è la somma di primo, & secondo.

17. è la differenza di primo, & secondo.

Però 5. via 5. cioè il quadrato di primo.

Et 17. via 17. cioè la differenza di primo, & secondo.

via la somma di primo, & secondo.

Onde la differenza del quadrato di 5.

primo, al quadrato di 22. secondo, è

quanto il duto di 27. somma di pri-

mo, & secondo, via 17. differenza di

primo, & secondo.

A 5 via 5

B 17 via 27. che 27. è composto da 5. & 22.

\* b 17 via 22

b 27 via 5

\* b 17 via 17

17 via 5

Però 22 via 22. è quanto.

A 5 via 5. quadrato dell'vna parte.

17 via 17. quadrato dell'altra parte.

b 17 via 5. duto dell'vna parte nell'altra.

17 via 5. altro duto dell'vna parte nell'altra.

Onde si può ancor dire. Quando vna quantità è diuisa in due parti come si vogli, il quadrato d'essa quantità è eguale a queste tre cose, che sono. Il quadrato dell'vna parte; il quadrato dell'altra, & il doppio del duto dell'vna parte nell'altra.

però il quadrato di 5. cioè 25. la somma 484. donerà essere il quadrato del 22. totale, però si vede poter si dire.

Quando vna quantità 22. è diuisa in due parti come si vogli 5. & 17. il quadrato 484. d'essa quantità è eguale al quadrato della parte minore, & al duto della parte maggiore 17. nella somma della parte minore 5. con la quantità totale 22. cioè al quadrato di 5. che è 25. & al duto di 17. in 27. che è 459. & fanno 484. Cioè 22. via 22. inteso il 22. diuiso in 5. & 17. è quanto.



